



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA TRE
FACOLTÀ DI INGEGNERIA - FACOLTÀ DI ARCHITETTURA

MASTER DI II LIVELLO IN
“INNOVAZIONE NELLA PROGETTAZIONE, RIABILITAZIONE E CONTROLLO
DELLE STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO”

TAGLIO E PUNZONAMENTO
NELLE PIASTRE DI GRANDE SPESSORE IN C.A.
VERIFICA E PROGETTO DELLE ARMATURE

Tesi di Master di
Ing. GIUSEPPE RUGGERI

Relatore
Prof. Ing. RENATO GIANNINI

Co-relatore
Prof. Ing. MARCO PETRANGELI

Anno Accademico 2003-2004
Luglio 2005

SOMMARIO

INTRODUZIONE	1	
<u>1</u>	<u>VERIFICHE A TAGLIO E A PUNZONAMENTO – NORMATIVE</u>	<u>2</u>
1.1	VERIFICHE A TAGLIO SECONDO IL D.M. 14/02/92	2
1.2	VERIFICHE A TAGLIO SECONDO L'EUROCODICE 2	2
1.2.1	Verifiche a taglio delle piastre senza armatura a taglio	2
1.2.2	Verifiche a taglio delle piastre con armatura a taglio	3
1.2.3	Carico vicino gli appoggi	6
1.3	VERIFICHE A PUNZONAMENTO SECONDO IL D.M. 09/01/96	6
1.4	VERIFICHE A PUNZONAMENTO SECONDO L'EUROCODICE 2	7
1.4.1	Verifiche a punzonamento delle piastre senza armatura a taglio-punzonamento	10
1.4.2	Verifiche a punzonamento delle piastre con armatura a taglio-punzonamento	10
<u>2</u>	<u>VERIFICHE A TAGLIO E A PUNZONAMENTO - LETTERATURA</u>	<u>12</u>
2.1	VERIFICHE A TAGLIO SECONDO IL LEONHARDT	12
2.1.1	Verifiche a taglio delle piastre senza armatura a taglio	12
2.1.2	Verifiche a taglio delle piastre con armatura a taglio	13
2.2	VERIFICHE A TAGLIO SECONDO IL MODEL CODE 98	14
2.2.1	Piastre sviluppate prevalentemente in una direzione	15
2.2.1.1	<i>Verifica a taglio delle piastre senza armatura a taglio</i>	15
2.2.1.2	<i>Verifica a taglio delle piastre con armatura a taglio</i>	15
2.2.2	Piastre senza una direzione preferenziale	17
2.3	VERIFICHE A PUNZONAMENTO SECONDO IL LEONHARDT	17
2.3.1	Verifiche a punzonamento dei solai piani	17
2.3.2	Verifiche a punzonamento delle piastre di fondazione	19
2.4	VERIFICHE A PUNZONAMENTO SECONDO IL MODEL CODE 98	21
2.4.1	Verifiche a punzonamento delle piastre senza armatura a taglio	24
2.4.2	Verifiche a punzonamento delle piastre con armatura a taglio	26
<u>3</u>	<u>DUE CASI PRATICI</u>	<u>29</u>
3.1	VERIFICHE A TAGLIO SECONDO IL D.M. 14/02/92	32
3.1.1	Solettone di copertura	32
3.1.2	Plinto di fondazione	33

3.2	VERIFICHE A TAGLIO SECONDO L'EUROCODICE 2	34
3.2.1	Solettone di copertura	34
3.2.2	Plinto di fondazione	36
3.3	VERIFICHE A TAGLIO SECONDO IL LEONHARDT	37
3.3.1	Solettone di copertura	37
3.3.2	Plinto di fondazione	38
3.4	VERIFICHE A TAGLIO SECONDO IL MODEL CODE 98	39
3.4.1	Solettone di copertura	39
3.4.2	Plinto di fondazione	41
3.5	VERIFICHE A TAGLIO - CONFRONTO DEI RISULTATI	42
3.6	VERIFICHE A PUNZONAMENTO SECONDO IL D.M. 09/01/96	43
3.6.1	Punzonamento per effetto del carico assiale del pilastro	43
3.6.2	Punzonamento per effetto del carico assiale della colonna circolare	44
3.7	VERIFICHE A PUNZONAMENTO SECONDO L'EUROCODICE 2	45
3.7.1	Punzonamento per effetto del carico assiale del pilastro	45
3.7.2	Punzonamento per effetto del carico assiale della colonna circolare	46
3.8	VERIFICHE A PUNZONAMENTO SECONDO IL LEONHARDT	47
3.8.1	Punzonamento per effetto del carico assiale del pilastro	47
3.8.2	Punzonamento per effetto del carico assiale della colonna circolare	48
3.9	VERIFICHE A PUNZONAMENTO SECONDO IL MODEL CODE 98	49
3.9.1	Punzonamento per effetto del carico assiale del pilastro	49
3.9.2	Punzonamento per effetto del carico assiale della colonna circolare	51
3.10	VERIFICHE A PUNZONAMENTO - CONFRONTO DEI RISULTATI	52
<u>4</u>	<u>PROGETTO OTTIMALE DELLE ARMATURE</u>	<u>53</u>
<u>5</u>	<u>CONCLUSIONI</u>	<u>55</u>
	<u>BIBLIOGRAFIA</u>	<u>57</u>

INDICE DELLE FIGURE

<i>Figura 1 - Simbologia per elementi soggetti a taglio</i>	4
<i>Figura 2 - Modello di calcolo a punzonamento</i>	7
<i>Figura 3 - Applicazione delle prescrizioni sul punzonamento in casi non usuali</i>	8
<i>Figura 4 - Perimetro critico di aree caricate lontano da un bordo libero</i>	8
<i>Figura 5 - Sezioni critiche in vicinanza di bordi liberi</i>	8
<i>Figura 6 - Valori approssimati di β</i>	9
<i>Figura 7 - Quadro fessurativo</i>	12
<i>Figura 8 - Graduazione armatura longitudinale</i>	13
<i>Figura 9 - Tabella 13 della DIN 1045</i>	13
<i>Figura 10 - Disposizione armatura a taglio</i>	14
<i>Figura 11 - Disposizione armatura a punzonamento</i>	18
<i>Figura 12 - Disposizione alternativa armatura a punzonamento</i>	19
<i>Figura 13 - Conoide di punzonamento per piastre di fondazione</i>	20
<i>Figura 14 Disposizione armatura a punzonamento per piastre di fondazione</i>	21
<i>Figura 15 - Conoide di punzonamento</i>	22
<i>Figura 16 - Perimetri critici</i>	22
<i>Figura 17 - Distribuzione delle tensioni dovute ad un momento flettente non bilanciato</i>	23
<i>Figura 18 - Tabella dei coefficienti K</i>	23
<i>Figura 19 - Perimetri critici per pilastri di bordo</i>	24
<i>Figura 20 - Perimetri critici per pilastri d'angolo</i>	24
<i>Figura 21 - Base pilastro</i>	26
<i>Figura 22 - Perimetri critici u_n e $u_{n,ef}$</i>	27
<i>Figura 23 - Disposizione armature per pilastri di bordo e d'angolo</i>	27
<i>Figura 24 - Pianta di riferimento</i>	29
<i>Figura 25 - Sezione trasversale galleria</i>	30
<i>Figura 26 - Pianta delle fondazioni galleria</i>	30
<i>Figura 27- Conoidi di punzonamento in corrispondenza dei pilastri</i>	31
<i>Figura 28- Conoidi di punzonamento in corrispondenza delle colonne circolari</i>	31

INTRODUZIONE

Oggetto del presente lavoro sono le verifiche a taglio e a punzonamento delle piastre spesse in c.a., con riguardo anche all'aspetto costruttivo legato al progetto ottimale delle armature.

Le piastre in c.a. sono generalmente utilizzate per realizzare solettoni di copertura o plinti di fondazione. In tali manufatti, oltre alle sollecitazioni di tipo flessionale, possono assumere particolare rilevanza le sollecitazioni di taglio e di punzonamento.

Quest'ultimo fenomeno, in particolare, si riscontra nei casi di solettoni soggetti a carichi concentrati o realizzati direttamente su pilastri e nei casi di plinti di fondazione a loro volta basi di pilastri ed eventualmente poggianti su pali. Esso è di particolare interesse poiché, come si evince da un esame delle normative e della letteratura sull'argomento, non emerge una risposta univoca al problema. Le diverse normative ed i diversi autori/studiosi, infatti, propongono approcci teorici e metodologie applicative a volte differenti, a seconda che affrontino il problema semplicemente proponendo "larghi" coefficienti di sicurezza o che tentino di raggiungere il cuore del problema stesso attraverso l'analisi dei risultati di campagne di sperimentazioni condotte allo scopo di risalire ai contributi di resistenza relativi ai singoli elementi partecipanti al meccanismo di rottura.

Il lavoro si articola in due parti:

- in una prima parte vengono descritte le prescrizioni normative a livello italiano ed europeo (D.M.LL.PP. 14/02/92, D.M.LL.PP. 09/01/96, EUROCODICE 2) e le trattazioni, basate sulla sperimentazione, riportate in letteratura (F. Leonhardt, MODEL CODE 98) relative all'argomento in esame;
- in una seconda parte vengono studiati due casi concreti relativi ad un solettone ed ad un plinto di fondazione che sono tra gli elementi strutturali costituenti le gallerie artificiali utilizzate sulla linea ad Alta Capacità Torino-Milano, considerando sia l'aspetto relativo al calcolo che quello relativo al progetto delle armature.

1 VERIFICHE A TAGLIO E A PUNZONAMENTO – NORMATIVE

Per chiarezza, nel seguito, si intende rottura a taglio una rottura in cui si determina uno scorrimento relativo tra due sezioni adiacenti dovuto principalmente alle tensioni tangenziali che si manifestano su tale superficie che è approssimativamente piana.

Nel caso del punzonamento, invece, la superficie di rottura che si determina è una superficie curva, non necessariamente chiusa, di forma approssimativamente tronco-conica. In pratica, comunque, ai fini delle verifiche di seguito illustrate, si farà riferimento ad una superficie cilindrica equivalente avente la base e, quindi, il perimetro proporzionali a quelli della suddetta superficie tronco-conica.

1.1 Verifiche a taglio secondo il D.M. 14/02/92

Il D.M. 14/02/92 definisce il metodo di verifica a taglio basandosi sul metodo delle tensioni ammissibili. Esso considera due livelli ammissibili di tensione tangenziale:

$\tau < \tau_{c0}$ non è necessaria la verifica dell'armatura a taglio, si dispone un quantitativo minimo di armatura

$\tau_{c0} < \tau < \tau_{c1}$ bisogna disporre un'adeguata armatura a taglio

$\tau > \tau_{c1}$ definisce una condizione non ammissibile per la sezione

dove $\tau_{c0} = 0.4 + (R_{ck} - 15) / 75$ [N/mm²] e $\tau_{c1} = 1.4 + (R_{ck} - 15) / 35$ [N/mm²]

Inoltre, per $\tau_{c0} < \tau < \tau_{c1}$, tutta la sollecitazione tagliante è assorbita dall'armatura a taglio che deve essere costituita almeno per il 40% da staffe.

Il quantitativo minimo di armatura è pari a tre staffe al metro, disposte con un passo comunque non superiore a 0.8 volte l'altezza utile della sezione e aventi un'area minima pari a $0.10 \beta^*$, essendo β^* la larghezza corrispondente a $\tau = \tau_{c0}$.

1.2 Verifiche a taglio secondo l'EUROCODICE 2

L'EC2 definisce il metodo di verifica basandosi sul metodo semiprobabilistico agli stati limite. Si distinguono i casi di sezione armata e non a taglio.

1.2.1 Verifiche a taglio delle piastre senza armatura a taglio

Secondo quanto disposto dall'Eurocodice 2 (4.3.2.3), deve verificarsi:

$$V_{sdu} \leq [\tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho) + 0.15 \sigma_p] b_w d = V_{Rd1}$$

dove

V_{sdu} (kN) taglio sollecitante di calcolo
 $\tau_{Rd} = 0.25 f_{ctk} / \gamma_c$ (N/mm²) resistenza unitaria a taglio di calcolo di riferimento

$f_{ctk} = 0.7 f_{ctm}$	(N/mm ²)	resistenza a trazione di calcolo del cls
$f_{ctm} = 0.27 (R_{ck})^{(2/3)}$	(N/mm ²)	resistenza media a trazione del cls
$k = (1.6 - d) \geq 1$		
d	(m)	altezza utile
$\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0.02$	(%)	
b_w	(m)	larghezza resistente al taglio
A_{sl}	(m ²)	armatura longitudinale di trazione
$\sigma_{cp} = N_{Sd}/A_c$	(N/mm ²)	
N_{Sd}	(kN)	forza longitudinale nella sezione dovuta alla precompressione (compressione positiva)

1.2.2 Verifiche a taglio delle piastre con armatura a taglio

Secondo quanto disposto dall'Eurocodice 2 (4.3.2.4), deve verificarsi:

$$V_{wd} \geq 0.5 V_{Rd3} \quad \text{e} \quad V_{Rd3} \leq V_{cd} + V_{wd}$$

dove

$V_{cd} = [\tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) + 0.15 \sigma_{cp}] b_w d$	(kN/m)	contributo del cls
$V_{wd} = A_{sw} f_{ywd} 0.9 d/s (1 + \cot \alpha) \sin \alpha$	(kN/m)	resistenza dell'armatura trasversale
$\tau_{Rd} = 0.25 f_{ctk} / \gamma_c$	(N/mm ²)	resistenza unitaria a taglio di calcolo di riferimento
$f_{ctk} = 0.7 f_{ctm}$	(N/mm ²)	resistenza a trazione di calcolo del cls
$f_{ctm} = 0.27 (R_{ck})^{(2/3)}$	(N/mm ²)	resistenza media a trazione del cls
$k = (1.6 - d) \geq 1$		
d	(m)	altezza utile
$\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0.02$	(%)	
b_w	(m)	larghezza resistente al taglio
A_{sl}	(m ²)	armatura longitudinale di trazione
$\sigma_{cp} = N_{Sd}/A_c$	(N/mm ²)	
N_{Sd}	(kN)	forza longitudinale nella sezione dovuta alla precompressione (compressione positiva)
$f_{ywd} = f_{ymk} / \gamma_s$	(N/mm ²)	resistenza a trazione di calcolo dell'armatura tr.
s	(m)	passo armatura trasversale
A_{sw}	(m ²)	area armatura trasversale posta ad interasse s
α	(rad)	inclinazione armatura trasversale rispetto all'asse trave

Oltre alle suddette verifiche, l'EC2 impone anche la verifica delle bielle compresse di calcestruzzo in base alla seguente relazione

$$V_{sdu} \leq 1/2 v f_{cd} b_w 0.9 d (1 + \cot \alpha) = V_{Rd2}$$

dove

$v = 0.7 - f_{ck}/200 \geq 0.5$	(f_{ck} in N/mm ²)	
$f_{ck} = 0.83 R_{ck}$	(N/mm ²)	resistenza caratteristica cilindrica del cls
$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$	(N/mm ²)	resistenza di calcolo del cls

Nel caso di sezione non armata a taglio e nel caso di staffe disposte verticalmente $\cot \alpha$ viene assunto pari a zero.

Se l'elemento è soggetto ad una compressione assiale V_{Rd2} deve essere ridotto secondo la seguente equazione:

$$V_{Rd2,red} = 1.67 V_{Rd2} (1 - \sigma_{cp,eff}/f_{cd}) \leq V_{Rd2}$$

dove

$V_{Rd2,red}$ è il valore ridotto di V_{Rd2}

$\sigma_{cp,eff} = (N_{Sd} - f_{yk} A_{s2}/\gamma_s)/A_c$ è la tensione media efficace nel calcestruzzo dovuta a N_{Sd}

N_{Sd} è la forza assiale di calcolo

A_{s2} è l'area di armatura che risulta compressa allo stato limite ultimo

f_{yk} è lo snervamento dell'acciaio compresso

A_c è l'area totale della sezione di calcestruzzo

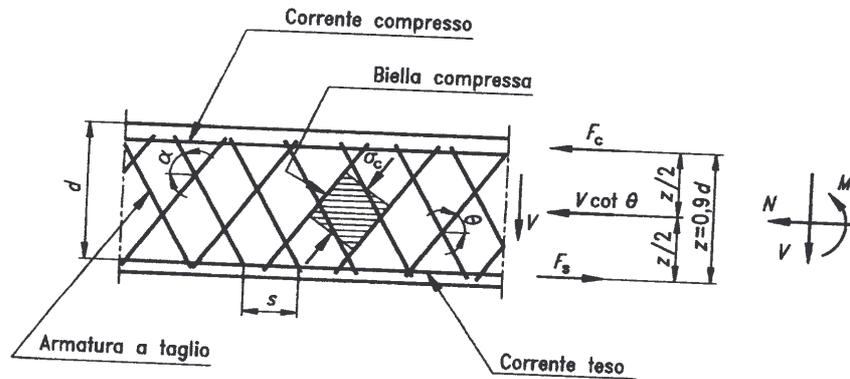


Figura 1 - Simbologia per elementi soggetti a taglio

Oltre al metodo di verifica sopra illustrato definito "metodo normale", l'EC2 propone un altro metodo definito "metodo dell'inclinazione variabile del traliccio" (fig. 1). In base a tale metodo, detto θ l'angolo tra il puntone compresso e il piano medio della piastra, con

$$1.0 < \cot \theta < 2.0$$

si ha, per elementi con armature a taglio verticali:

$$V_{Rd2} = v f_{cd} b_w z / (\cot \theta + \tan \theta)$$

$$V_{Rd3} = A_{sw} z f_{ywd} \cot \theta / s$$

con

$$A_{sw} f_{ywd} / b_w s \leq 1/2 v f_{cd}$$

Per elementi con armature a taglio inclinate, si ha:

$$V_{Rd2} = v f_{cd} b_w z (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta)$$

$$V_{Rd3} = A_{sw} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha / s$$

con

$$A_{sw} f_{ywd} / b_w s \leq 1/2 v f_{cd} \sin \alpha / (1 - \cos \alpha)$$

Per determinare il minimo quantitativo di armatura a taglio, per tensioni di taglio basse o medie, i limiti superiori dati per $\cot\theta$ governano di norma il progetto. Per tensioni di taglio più elevate, il più grande valore di $\cot\theta$ (corrispondente al minimo quantitativo d'armatura) può essere determinato uguagliando la forza di taglio di progetto V_{sd} a V_{Rd2} . Il valore di $\cot\theta$ può anche essere scelto in modo da ottimizzare il progetto, per esempio riducendo al minimo il quantitativo totale di armatura.

La forza di trazione nelle armature a flessione può essere calcolata con:

$$T_d = |M_{sd}| / z + 1/2 |V_{sd}| (\cot\theta - \cot\alpha)$$

Tale formula è valida anche per il metodo normale ponendo $\cot\theta = 1$.

Il metodo dell'inclinazione variabile del traliccio appena illustrato consente maggiore libertà nella disposizione delle armature rispetto al metodo normale. Ciò può portare ad economie anche sostanziali nell'armatura a taglio, ma può richiedere incrementi della quantità di acciaio longitudinale in trazione. Tale metodo deve, di regola, essere utilizzato quando l'elemento è soggetto a combinazione di taglio e torsione.

L'armatura taglio deve di regola formare un angolo compreso tra 45° e 90° con il piano medio della piastra. Essa può essere costituita da:

- staffe che racchiudono le armature longitudinali tese e la zona compressa
- barre rialzate
- assemblaggi di armature di taglio in forma di gabbie, graticci, ecc. realizzati con barre ad aderenza migliorata, messi in opera senza contenere le armature longitudinali, ma che devono essere adeguatamente ancorati in zona tesa e in zona compressa.

Le staffe saranno ancorate in modo efficace. Sono ammesse giunzioni per sovrapposizione di bracci vicini alla superficie dell'elemento solo per armature ad aderenza migliorata.

Di regola almeno il 50% dell'armatura a taglio necessaria deve essere realizzata mediante staffe.

Il rapporto di armatura a taglio è dato dall'equazione:

$$\rho_w = \sum A_{sp} \sin \alpha / b_w s$$

I valori minimi di ρ_w sono forniti dal seguente prospetto

Classi di calcestruzzo	Classi di acciaio		
	S220	S400	S500
C12/15 ÷ C20/25	0.00096	0.00054	0.00042
C25/30 ÷ C35/45	0.00144	0.00078	0.00066
C40/50 ÷ C50/60	0.0018	0.00096	0.00078

Questa armatura minima può essere omessa nel caso di piastre con adeguata capacità di ripartizione trasversale dei carichi, nel eventualità in cui esse non siano soggette a forze di trazione significative.

Il massimo passo longitudinale s_{max} di insiemi successivi di staffe o di armatura a taglio è definito dalle seguenti condizioni

- se $V_{sd} \leq 1/5 V_{rd2}$ $\rightarrow s_{max} = 0.8 d$
- se $1/5 V_{rd2} < V_{sd} < 2/3 V_{rd2}$ $\rightarrow s_{max} = 0.6 d$
- se $V_{sd} \geq 2/3 V_{rd2}$ $\rightarrow s_{max} = 0.3 d$

La massima distanza longitudinale tra le barre rialzate è data da $s_{max} = d$.

La distanza trasversale dei bracci di un insieme di staffe a taglio non deve di regola essere maggiore di

- se $V_{sd} \leq 1/5 V_{rd2}$ $\rightarrow s_{max} = \min\{d \text{ o } 800 \text{ mm}\}$
- se $1/5 V_{rd2} < V_{sd} < 2/3 V_{rd2}$ $\rightarrow s_{max} = 0.6 d \leq 300 \text{ mm}$
- se $V_{sd} \geq 2/3 V_{rd2}$ $\rightarrow s_{max} = 0.3 d \leq 200 \text{ mm}$

Se $V_{sd} \leq 1/5 V_{rd2}$ le armature a taglio possono essere realizzate esclusivamente con armature rialzate o con assemblaggi di taglio.

La distanza tra il filo di un appoggio o il perimetro di un'area caricata e le armature a taglio più vicine considerate nel calcolo, deve essere non maggiore di $d/2$ per le barre rialzate. Questa distanza deve essere misurata a livello delle armature di flessione; se è previsto un solo corso di barre rialzate la loro inclinazione può essere ridotta a 30° . Si può considerare che una barra rialzata assorba la forza di taglio su una lunghezza pari a $2d$.

1.2.3 Carico vicino gli appoggi

Per elementi senza armatura a taglio e per elementi con armatura a taglio calcolata con i metodi illustrati in precedenza e quando si verifichino le seguenti condizioni:

- il carico e le reazioni d'appoggio sono tali da creare una compressione diagonale nell'elemento (appoggio diretto)
- ad un appoggio a un'estremità tutta l'armatura tesa richiesta alla distanza pari a $2.5 d$ dall'appoggio è ancorata all'interno dell'appoggio
- ad un appoggio intermedio tutta l'armatura tesa richiesta al filo dell'appoggio prosegue per almeno $2.5 d + l_{ancoraggio}$ nella campata

è permesso un incremento della resistenza a taglio, solo per i carichi concentrati situati ad una distanza minore $2.5 d$ da filo dell'appoggio.

Unicamente a tal fine, il valore di τ_{Rd} nell'equazione che definisce V_{Rd1} può essere moltiplicato per un fattore $\beta = 2.5 d / x$, con $1 \leq \beta \leq 5$. Tale incremento di V_{Rd1} deve essere ignorato nella determinazione di V_{Rd2} .

1.3 Verifiche a punzonamento secondo il D.M. 09/01/96

Il D.M. 14/02/92 non definisce specificatamente metodi di verifica relativi al punzonamento. Per tale motivo, allo scopo da dare comunque un riferimento alla normativa nazionale, si illustra la verifica a punzonamento proposta dal D.M. 09/01/96. In tale decreto la verifica a punzonamento viene

condotta basandosi sul metodo semiprobabilistico agli stati limite e la resistenza a punzonamento viene definita da

$$F_R = 0.5 u b f_{ctd}$$

dove

b è l'altezza utile della piastra

u è il perimetro di controllo ottenuto considerando una diffusione a 45° del carico di punzonamento

f_{ctd} è la resistenza a trazione del calcestruzzo.

1.4 Verifiche a punzonamento secondo l'EUROCODICE 2

L'EC2 definisce il metodo di verifica basandosi sul metodo semiprobabilistico agli stati limite.

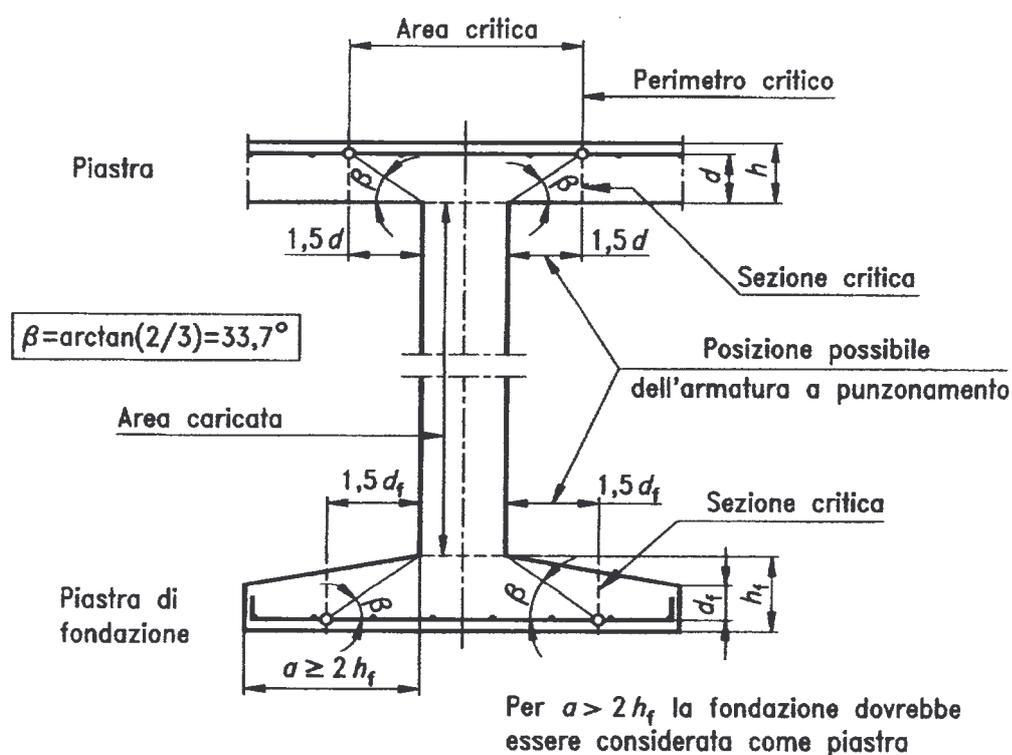


Figura 2 - Modello di calcolo a punzonamento

Il punzonamento può risultare da un carico concentrato o da una reazione agente su un'area relativamente piccola di una piastra o di una fondazione, definita "area caricata".

Quanto di seguito riportato si applica ai seguenti tipi di area caricata:

- I. di forma (d indica l'altezza utile media della piastra):
 - I. circolare, con diametro non maggiore di $3.5d$;
 - II. rettangolare, con perimetro non maggiore di $10d$ e rapporto lunghezza/larghezza non maggiore di 2
 - III. qualunque, con dimensioni limite fissate per analogia con le forme sopra descritte

2. Parea caricata non così vicina ad altre aree soggette a forze concentrate da intersecarne il perimetro critico, né situata in una zona soggetta a forze di taglio significative di origine diversa.

Se le condizioni formulate in precedenza non sono soddisfatte per muri o pilastri rettangolari, poiché la forza di taglio per appoggi di forma allungata è concentrata negli angoli, vanno di regola considerati, in assenza di un'analisi più dettagliata i perimetri critici in figura 3.

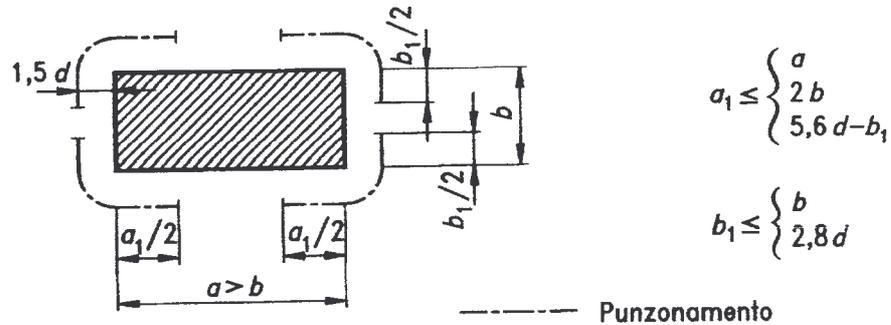


Figura 3 - Applicazione delle prescrizioni sul punzonamento in casi non usuali

La resistenza a taglio-punzonamento deve essere verificata lungo un perimetro critico definito, per aree caricate circolari o rettangolari lontane dai bordi liberi, come il perimetro dell'area caricata a una distanza pari a $1,5d$ (fig. 4).

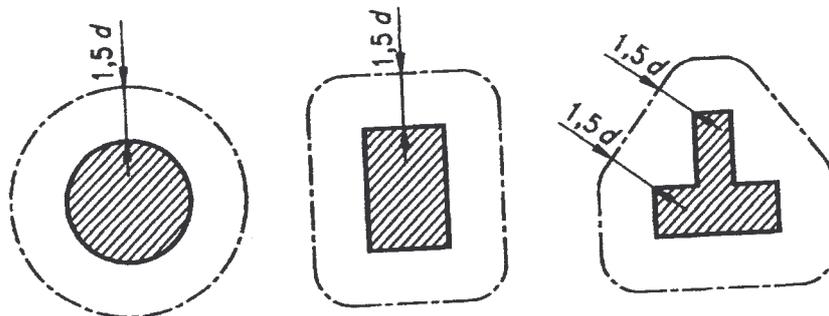


Figura 4 - Perimetro critico di aree caricate lontano da un bordo libero

Per un'area caricata vicino ad un bordo libero o ad un angolo, il perimetro critico va calcolato escludendo i bordi liberi. In tali casi è richiesta un'armatura speciale di bordo lungo il bordo stesso.

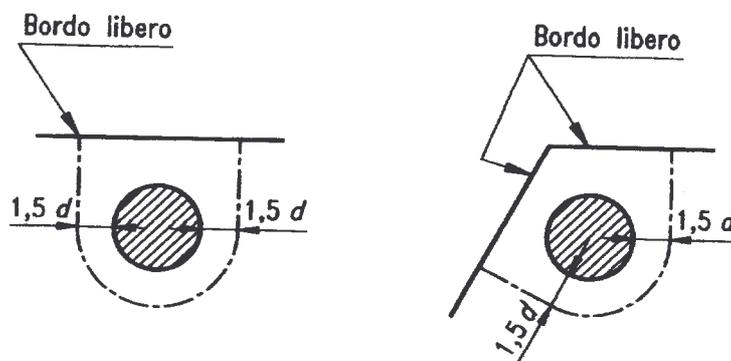


Figura 5 - Sezioni critiche in vicinanza di bordi liberi

Nel caso di carico concentrato o di reazione d'appoggio, il taglio applicato per unità di lunghezza vale:

$$v_{sd} = V_{sd} \beta / u$$

dove

V_{sd} è il valore di calcolo della forza di taglio agente. In una piastra detta azione si calcola lungo il perimetro u . Per una fondazione si calcola lungo il perimetro della base del tronco di cono di punzonamento, che si suppone formare un angolo di 33.7° , purché tale perimetro cada all'interno della fondazione;

u è il perimetro della sezione critica

β è il coefficiente che tiene conto degli effetti dell'eccentricità del carico.

Se nessuna eccentricità è possibile, β può essere assunto pari a 1.0, altrimenti:

$\beta = 1.15$ per pilastri interni,

$\beta = 1.40$ per pilastri di bordo,

$\beta = 1.50$ per pilastri d'angolo.

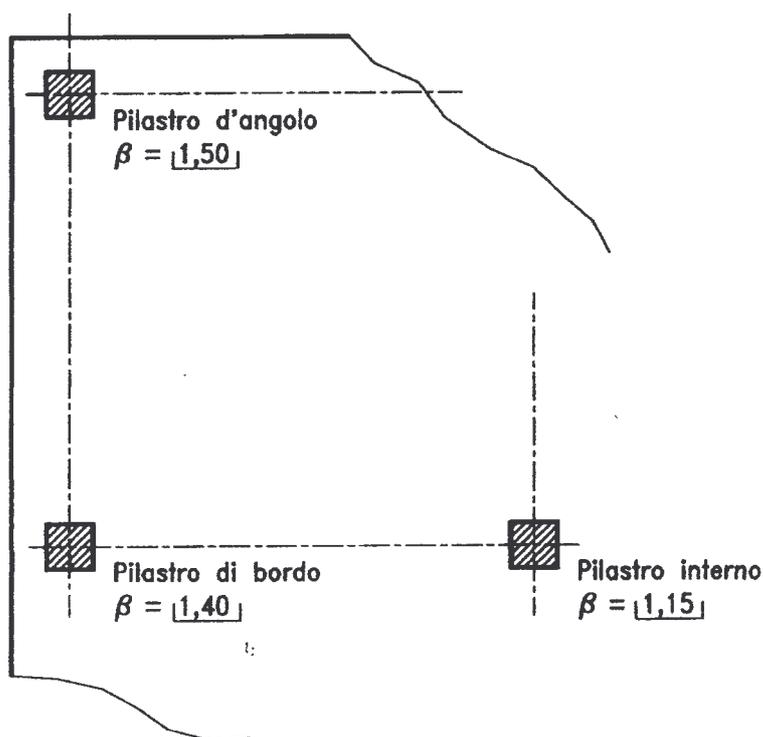


Figura 6 - Valori approssimati di β

Si possono usare anche valori differenti purché supportati da un'analisi più rigorosa e da accorgimenti appropriati atti ad assicurare l'ancoraggio dell'armatura al bordo della piastra.

Si distinguono i casi di sezione armata e non a taglio-punzonamento.

1.4.1 Verifiche a punzonamento delle piastre senza armatura a taglio-punzonamento

Secondo quanto disposto dall'Eurocodice 2 (4.3.4.5.1), deve verificarsi:

$$v_{sdu} \leq \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) d = v_{Rd1}$$

dove

v_{sdu}	(kN/m)	taglio sollecitante di calcolo per unità di lunghezza
$\tau_{Rd} = 0.25 f_{ctk} / \gamma_c$	(N/mm ²)	resistenza unitaria a taglio di calcolo di riferimento
$f_{ctk} = 0.7 f_{ctm}$	(N/mm ²)	resistenza a trazione di calcolo del cls
$f_{ctm} = 0.27 (R_{ctk})^{(2/3)}$	(N/mm ²)	resistenza media a trazione del cls
$k = (1.6 - d) \geq 1$		
d_x, d_y	(m)	altezze utili nei punti in cui la superficie di rottura interseca l'armatura longitudinale rispettivamente nelle direzioni x e y
$d = (d_x + d_y) / 2$	(m)	altezza utile media
$\rho_{lx} = A_{sx} / (b d_x)$	(%)	
$\rho_{ly} = A_{sy} / (b d_y)$	(%)	
$\rho_l = (\rho_{lx} + \rho_{ly})^{1/2} + \sigma_{cp} / f_{yd} \leq 0.015$	(%)	
b	(m)	larghezza
A_{sx}	(m ²)	armatura longitudinale di trazione disposta in direzione x
A_{sy}	(m ²)	armatura longitudinale di trazione disposta in direzione y
$\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c$	(N/mm ²)	
N_{sd}	(kN)	forza longitudinale nella sezione dovuta alla precompressione (compressione positiva)

1.4.2 Verifiche a punzonamento delle piastre con armatura a taglio-punzonamento

Secondo quanto disposto dall'Eurocodice 2 (4.3.4.5.2), deve verificarsi:

$$v_{sd} \leq v_{Rd3} = v_{Rd1} + v_{wd}$$

dove

$v_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40 \rho_l) d$	(kN/m)	contributo del cls
$v_{wd} = \Sigma A_{sv} f_{yd} \sin \alpha / u$	(kN/m)	resistenza dell'armatura trasversale
$\tau_{Rd} = 0.25 f_{ctk} / \gamma_c$	(N/mm ²)	resistenza unitaria a taglio di calcolo di riferimento
$f_{ctk} = 0.7 f_{ctm}$	(N/mm ²)	resistenza a trazione di calcolo del cls
$f_{ctm} = 0.27 (R_{ctk})^{(2/3)}$	(N/mm ²)	resistenza media a trazione del cls
$k = (1.6 - d) \geq 1$		
d_x, d_y	(m)	altezze utili nei punti in cui la superficie di rottura interseca l'armatura longitudinale rispettivamente nelle direzioni x e y
$d = (d_x + d_y) / 2$	(m)	altezza utile media
$\rho_{lx} = A_{sx} / (b d_x)$	(%)	
$\rho_{ly} = A_{sy} / (b d_y)$	(%)	

$\rho_l = (\rho_{l,x} + \rho_{l,y})^{1/2} + \sigma_{cp} / f_{yd} \leq 0.015$	(%)	
A_{sx}	(m ²)	armatura longitudinale di trazione disposta in direzione x
A_{sy}	(m ²)	armatura longitudinale di trazione disposta in direzione y
$\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c$	(N/mm ²)	
N_{sd}	(kN)	forza longitudinale nella sezione dovuta alla precompressione (compressione positiva)
u	(m)	perimetro della sezione critica
$\Sigma A_{sv} f_{yd} \sin \alpha$		somma delle componenti delle forze di sneramento di calcolo dell'armatura a taglio nella direzione della forza applicata, essendo α l'angolo tra l'armatura e il piano della piastra

Oltre alle suddette verifiche, l'EC2 impone anche la verifica delle bielle compresse di calcestruzzo in base alla seguente relazione

$$v_{stu} \leq 1.6 v_{Rd1} = v_{Rd2}$$

Nelle piastre soggette a punzonamento non è consentito incrementare la τ_{Rd} secondo il fattore β definito nel par. 1.2. Nelle piastre di fondazione tale operazione è, invece, consentita per tener conto della reazione del terreno all'interno del perimetro critico.

Nelle piastre soggette a punzonamento il quantitativo minimo di armatura a taglio definito nel par. 1.2 è sostituito da

$$\rho_w = \sum A_{sv} \sin \alpha / (A_{crit} - A_{load})$$

dove

A_{crit} è l'area interna al perimetro critico;

A_{load} è l'area caricata.

Solo le seguenti armature possono essere considerate ai fini del punzonamento:

- armature disposte in una zona delimitata da una linea di contorno situata a una distanza dal perimetro dell'area caricata non maggiore del minore dei due valori $1.5d$ o 800 mm.; tale condizione vale in tutte le direzioni;
- barre rialzate che attraversano l'area caricata o poste ad una distanza non maggiore di $d/4$ dal perimetro di tale area.

2 VERIFICHE A TAGLIO E A PUNZONAMENTO - LETTERATURA

2.1 Verifiche a taglio secondo il Leonhardt

2.1.1 Verifiche a taglio delle piastre senza armatura a taglio

In genere si ritiene che le piastre vengano scelte con uno spessore talmente grande che non risulti necessaria alcuna armatura a taglio, ma ciò vale solo in apparenza. Infatti, nelle piastre di grosso spessore, magari anche “poco armate” a flessione si incorre nel pericolo di rotture fragili (“size effect”). Anche nel caso di una consistente armatura a flessione, l’ingranamento degli inerti in corrispondenza delle fessure, che si creano per l’azione del carico cui le piastre sono soggette, agisce meno fortemente che in quelle sottili, poiché la grandezza del grano più grosso non viene modificata in scala (“size effect”). Peraltro la mancanza (o comunque la troppo ridotta presenza) di armatura a taglio non soddisfa così i requisiti del “capacity design” in base ai quali la resistenza al taglio dovrebbe essere sempre maggiore di quella a flessione. La capacità portante al taglio delle piastre di grosso spessore è quindi essenzialmente minore rispetto a quella delle piastre sottili.

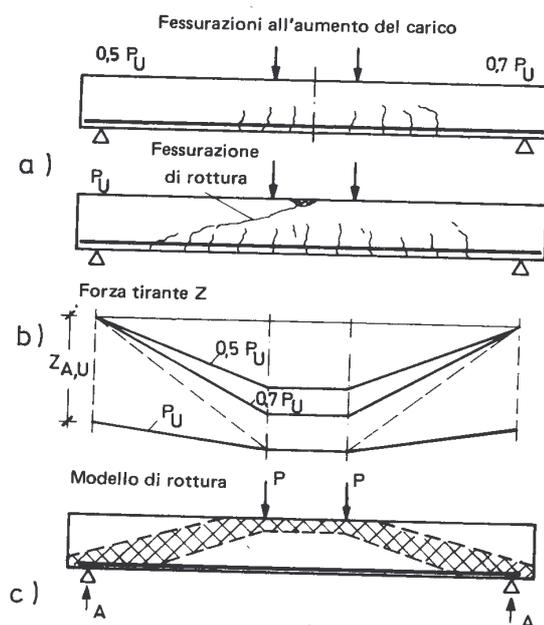


Figura 7 - Quadro fessurativo

In ogni caso, considerando il caso di una piastra appoggiata-appoggiata, in seguito ad un avanzato stato di fessurazione si crea il cosiddetto effetto arco-tirante, per cui la resistenza nei confronti del taglio è funzione della resistenza del corrente superiore di calcestruzzo che risulta presso-inflesso e della resistenza del corrente inferiore teso costituito dall’armatura a flessione. Per questo motivo sarebbe buona norma che suddetta armatura fosse prolungata e ben ancorata in corrispondenza dell’appoggio.

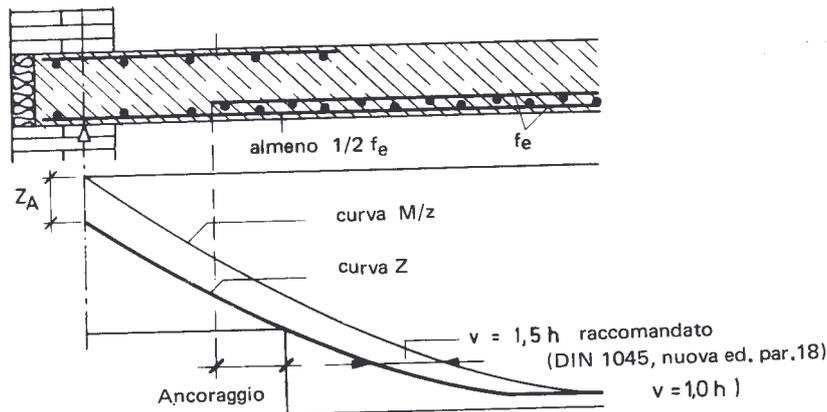


Figura 8 - Graduazione armatura longitudinale

È comunque possibile graduare fino al 50% di tale armatura secondo la curva di momento flettente traslata verso l'appoggio di $1.5 h$ (valore cautelativo rispetto ad $1.0 h$ riportato nella DIN 1045), tenendo conto dei τ_{011} minori riportati in tabella (DIN 1045).

campo	tensione di taglio max τ_0	limiti per τ_0 [N/mm ²] per la classe di resistenza del calcestruzzo					verifica dell'assorbimento del taglio	assorbimento del taglio
		B 15	B 25	B 35	B 45	B 55		
1	τ_{011}^*	0.15	0.35	0.40	0.50	0.60	non necessaria	nessuno
1	τ_{011}^{**}	0.35	0.50	0.60	0.70	0.80	non necessaria	nessuno
2	τ_{02}	1.20	1.80	2.40	2.70	3.00	necessaria	assorbimento diminuito

*con armatura normale graduata

**con armatura normale continua

Figura 9 - Tabella 13 della DIN 1045

Si può fare a meno di un'armatura a taglio se $\tau_0 \leq k_1 \tau_{011}$, dove $0.5 \leq k_1 = (0.2/d + 0.33) \leq 1.0$. Nel caso di piastre su cui agisca un carico continuamente presente e uniformemente distribuito, senza rilevanti carichi concentrati, non si richiede alcuna armatura a taglio se $\tau_0 \leq k_2 \tau_{011}$, dove $0.7 \leq k_2 = (0.12/d + 0.60) \leq 1.0$.

2.1.2 Verifiche a taglio delle piastre con armatura a taglio

Se nelle piastre si rende necessaria un'armatura a taglio, essa va introdotta, con un a carico uniformemente distribuito, solo su una lunghezza di $x \approx 4 h$ a partire dal supporto. Con una moderata sollecitazione di taglio ($\tau_0 \leq 0.5 \tau_{02}$) sono sufficienti per es., eventuali piegature. Con un'elevata sollecitazione di taglio ($\tau_0 \geq 0.5 \tau_{02}$), oltre alle eventuali piegature, si rendono necessarie le staffe calcolate secondo un valore di dimensionamento τ (assorbimento di taglio diminuito) dato da $\tau = \frac{\tau_0^2}{\tau_{02}}$, da cui si ottiene un grado di assorbimento di taglio $\eta = \frac{\tau_0}{\tau_{02}}$, con sezione trasversale minima per $\tau_B = 1/8 (\tau_0 + \tau_{02})$ e con passi $e_x \leq 0.6 d$ e 60 cm. e $e_y \leq d$ e 60 cm., dove x , qualora sia individuabile una direzione preferenziale della piastra, è l'asse parallelo a tale direzione; le staffe devono circondare almeno la metà delle barre dello strato d'armatura più esterno. In caso di piegatu-

re d'armatura di campo con grandi interferri, le distanze laterali delle piegature possono risultare eccessivamente grandi, in tal caso sono maggiormente idonee le armature suppletive contro il taglio, per es., in forma di staffe singole o a scala.

Nelle piastre tozze, dove possono verificarsi elevate tensioni di taglio (per es., nelle piastre a un campo sotto un carico uniformemente distribuito con $l/b < 8$), è, comunque, consigliabile impiegare le staffe. L'intersezione con la linea delle τ non è pericolosa (fig. 10).

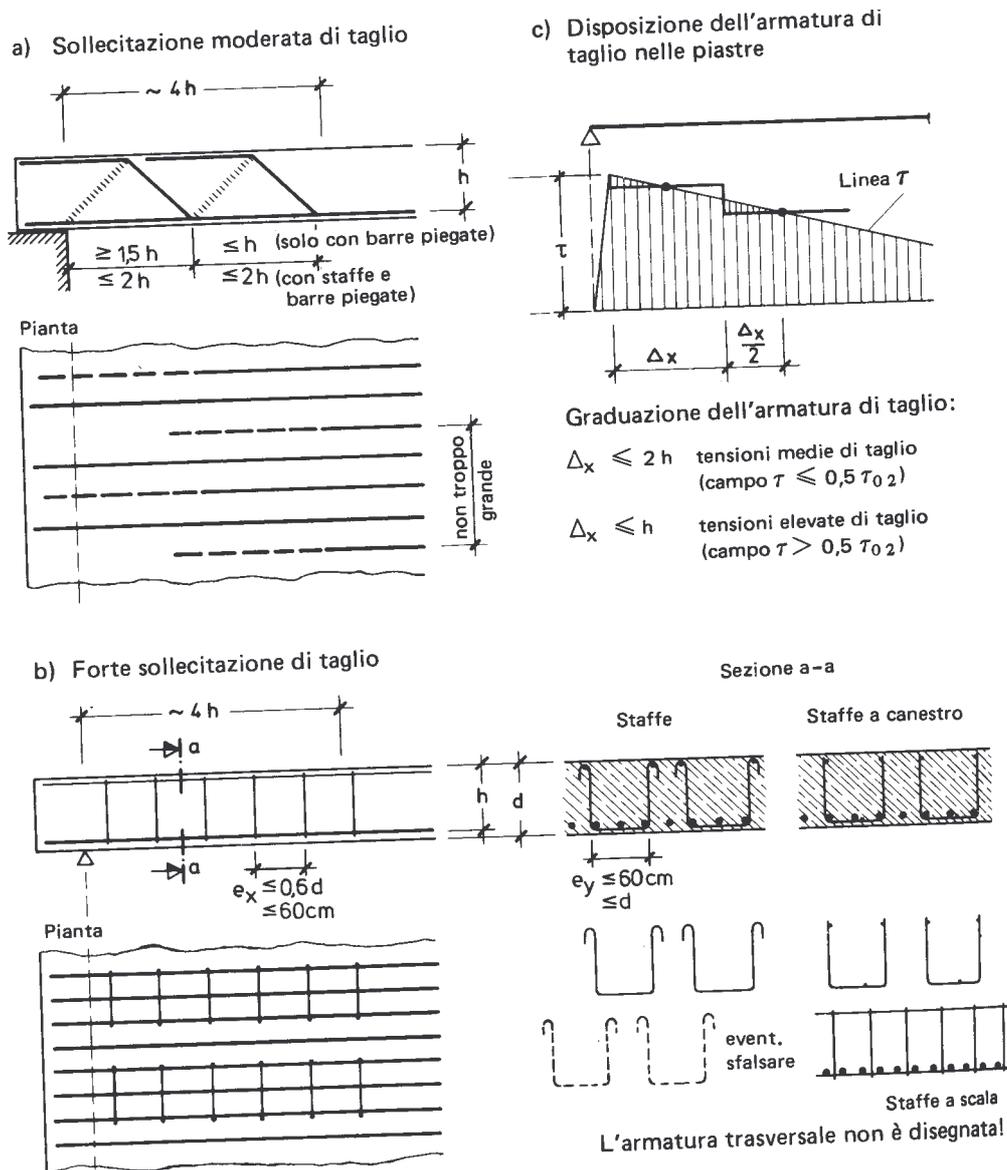


Figura 10 - Disposizione armatura a taglio

2.2 Verifiche a taglio secondo il MODEL CODE 98

Si studiano i casi di piastra sviluppata prevalentemente in una direzione e di piastra senza una direzione preferenziale.

2.2.1 Piastre sviluppate prevalentemente in una direzione

Si esamina prima il caso di zona non fratturata. In tale condizione si deve verificare che la massima tensione principale di trazione soddisfi la disuguaglianza

$$\sigma_{ct,max} < f_{ctd}$$

dove $f_{ctd} = f_{ctk,min}/1.5$

$$f_{ctk,min} = f_{ctk0,min} (f_{ck} / f_{ck0})^{2/3}$$

$$f_{ck0} = 10 \text{ Mpa.}$$

$$f_{ctk0,min} = 0.95 \text{ Mpa.}$$

Nel caso di sezioni rettangolari con una direzione preferenziale si considera una tensione tangenziale pari a

$$\tau = 3 V_{Sdc} / (2 b_w b)$$

dove V_{Sdc} è il taglio agente nella sezione in esame.

Nel caso di elementi precompressi, bisogna depurare la larghezza della sezione della somma dei diametri dei fori per il passaggio dei cavi.

Esaminando il caso di zona fratturata, bisogna procedere ad una ulteriore distinzione relativa alla presenza o meno di armatura a taglio.

2.2.1.1 Verifica a taglio delle piastre senza armatura a taglio

Se la sezione non è dotata di armatura a taglio si può fare affidamento soltanto sulla resistenza a compressione del calcestruzzo, sull'effetto ingranamento degli inerti in corrispondenza della frattura e sull'effetto spinotto prodotto dalla presenza delle armature longitudinali. Quindi il taglio agente (eventualmente depurato della componente verticale della forza di precompressione) deve soddisfare la disuguaglianza

$$V_{Sdc} \leq V_{Rd1}$$

dove la resistenza a taglio trasversale V_{Rd1} viene assunta pari a

$$V_{Rd1} = 0.12 \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3} b_{red} d$$

dove $\xi = 1 + (200/d)^{1/2}$ con d altezza utile in mm

$$\rho = A_s / b_w d \quad (\%)$$

b_{red} (mm) larghezza della sezione depurata della somma dei diametri dei fori per il passaggio dei cavi

f_{ck} (MPa) resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo, con un limite superiore di 50 MPa.

Tranne il caso di un appoggio d'estremità, le armature tese per flessione devono proseguire per almeno $0.6d$ oltre la sezione in cui non sono più richieste in base al dimensionamento a flessione stesso.

2.2.1.2 Verifica a taglio delle piastre con armatura a taglio

Se la sezione è dotata di armatura a taglio, ammesso che siano soddisfatte le seguenti condizioni:

- l'armatura a taglio sia tale da determinare un rapporto meccanico di armatura $\omega = A_{sv} f_{yk} / b_w s f_{ctm} > 0.2$, dove $f_{ctm} = f_{ctk0,m} (f_{ck} / f_{ck0})^{2/3}$ con $f_{ctk0,m} = 1.40$ MPa
- l'inclinazione delle staffe e dei ferri piegati siano almeno pari rispettivamente a 45° e 30°
- il passo in direzione longitudinale di tali armature non sia superiore a $0.75 d (1 + \cot \alpha)$ con α inclinazione dell'armatura a taglio
- l'armatura longitudinale non deve necessariamente essere contenute dentro una gabbia di staffe, l'armatura a taglio deve essere ancorata a livello delle armature longitudinali tese e a livello del centro della forza di compressione allo SLU,

considerando correnti tese e compresso tra di loro paralleli, indicando con

z il braccio delle forze interne

z_s la distanza del punto di applicazione del carico assiale dal baricentro delle armature di trazione

x la profondità dell'asse neutro

M_{sd} il momento sollecitante di calcolo

N_{sd} il carico assiale (positivo se di trazione)

θ l'inclinazione delle bielle compresse di calcestruzzo

$f_{cd1} = 0.85 (1 - f_{ck} / 250) f_{cd}$ la resistenza a compressione di calcolo del calcestruzzo non fratturato, per $\varepsilon < \varepsilon_{cu}^* = 0.004 - 0.002 f_{ck} / 100$

$f_{cd2} = 0.60 (1 - f_{ck} / 250) f_{cd}$ la resistenza a compressione di calcolo del calcestruzzo fratturato, per $\varepsilon < \varepsilon_{cu}^* = 0.004 - 0.002 f_{ck} / 100$

f_{yd} la resistenza di calcolo dell'armatura tesa

f_{ycd} la resistenza di calcolo dell'armatura compressa

A_s l'area dell'armatura longitudinale tesa

A_{sc} l'area dell'armatura longitudinale compressa

A_{sv} l'area dell'armatura trasversale

le verifiche vengono così condotte (metodo dell'inclinazione variabile del traliccio):

corrente teso

$$F_{st} = |M_{sd}|/z + N_{sd}(z-z_s)/z + V_{sd}/2 (\cot \theta + \cot \alpha) \leq F_{Rt} = A_s f_{yd}$$

corrente compresso

$$F_{Sc} = |M_{sd}|/z - N_{sd} z_s/z - V_{sd}/2 (\cot \theta - \cot \alpha) \leq F_{Rc} = f_{cd1} A_c + A_{sc} f_{ycd}$$

biella compressa

$$F_{Scw} = (V_{sd} / \sin \theta) \cot \theta / (\cot \theta - \cot \alpha) \leq F_{Rcw} = f_{cd2} b_w z \cos \theta$$

armatura trasversale

$$F_{Srv} = V_{sd}/\text{sen } \alpha \leq F_{Rrv} = (A_{sv} f_{yd}/s) z (\cot \theta + \cot \alpha)$$

Si definisce, infine, il massimo valore che in assoluto il taglio può raggiungere, mediante la relazione

$$V_{Rd,max} = (f_{cd}/2) b_w z (1 + \cot \alpha).$$

2.2.2 Piastre senza una direzione preferenziale

Considerando il caso di una piastra senza una direzione preferenziale, dall'analisi risultano due tagli per unità di lunghezza secondo le due direzioni perpendicolari v_x e v_y . Il taglio principale è quindi $v_I = (v_x + v_y)^{1/2}$ agente su una superficie inclinata di un angolo $\phi = \arctan(v_y / v_x)$ rispetto all'asse y . Nel caso di elementi privi di armatura a taglio, la verifica è costituita dalla disuguaglianza

$$v_I b \leq V_{RdI}$$

dove V_{RdI} è dato dall'equazione definita in precedenza, con d definito come media delle altezze efficaci nelle due direzioni e $\rho = \rho_x \cos^2 \phi + \rho_y \sin^2 \phi$, con ρ_x e ρ_y rapporti geometrici delle armature nelle due direzioni x e y .

2.3 Verifiche a punzonamento secondo il Leonhardt

Si distingue il caso di piastre con appoggi puntuali (solai piani) dal caso di piastre di fondazione con pilastri singoli.

Nella zona dei pilastri stessi si producono dei momenti principali, ambedue negativi, che si sviluppano in cerchi concentrici e radialmente, per cui si originano soprattutto fessurazioni circolari da flessione, che però, a causa della contemporanea presenza di un'elevata forza di taglio, proseguono nella piastra con una leggera inclinazione. Sussiste in questo caso il pericolo del punzonamento.

2.3.1 Verifiche a punzonamento dei solai piani

Nelle piastre soggette ad un carico su una grande superficie e poggiate su pilastri isolati, in corrispondenza sulla sommità dei pilastri può risultare tranciato un cono di calcestruzzo con una pendenza di $30 - 35^\circ$, poiché sul pilastro rimane solo una piccola zona compressa che ad un carico elevato si rompe in maniera fragile a causa del taglio. Per la sicurezza contro il punzonamento è sufficiente l'armatura superiore a flessione fino ad un determinato limite di τ_R , dato da

$$\tau_R = Q_{Rmax} / (u h_m)$$

dove

$u h_m$ è la superficie verticale di riferimento della piastra, stabilita nella DIN 1045 in una sezione circolare condotta attorno al pilastro

Q_R è la forza di taglio in questa sezione circolare.

L'armatura a flessione viene introdotta all'interno della larghezza del cono di rottura più addensata che all'esterno; il grado di armatura a flessione nelle due direzioni deve essere almeno dello 0.5%. Il limite superiore di armatura indicato nella DIN 1045 in 2.5% è unicamente un valore teorico per la verifica del limite superiore di τ_R e non un grado di armatura prescritto.

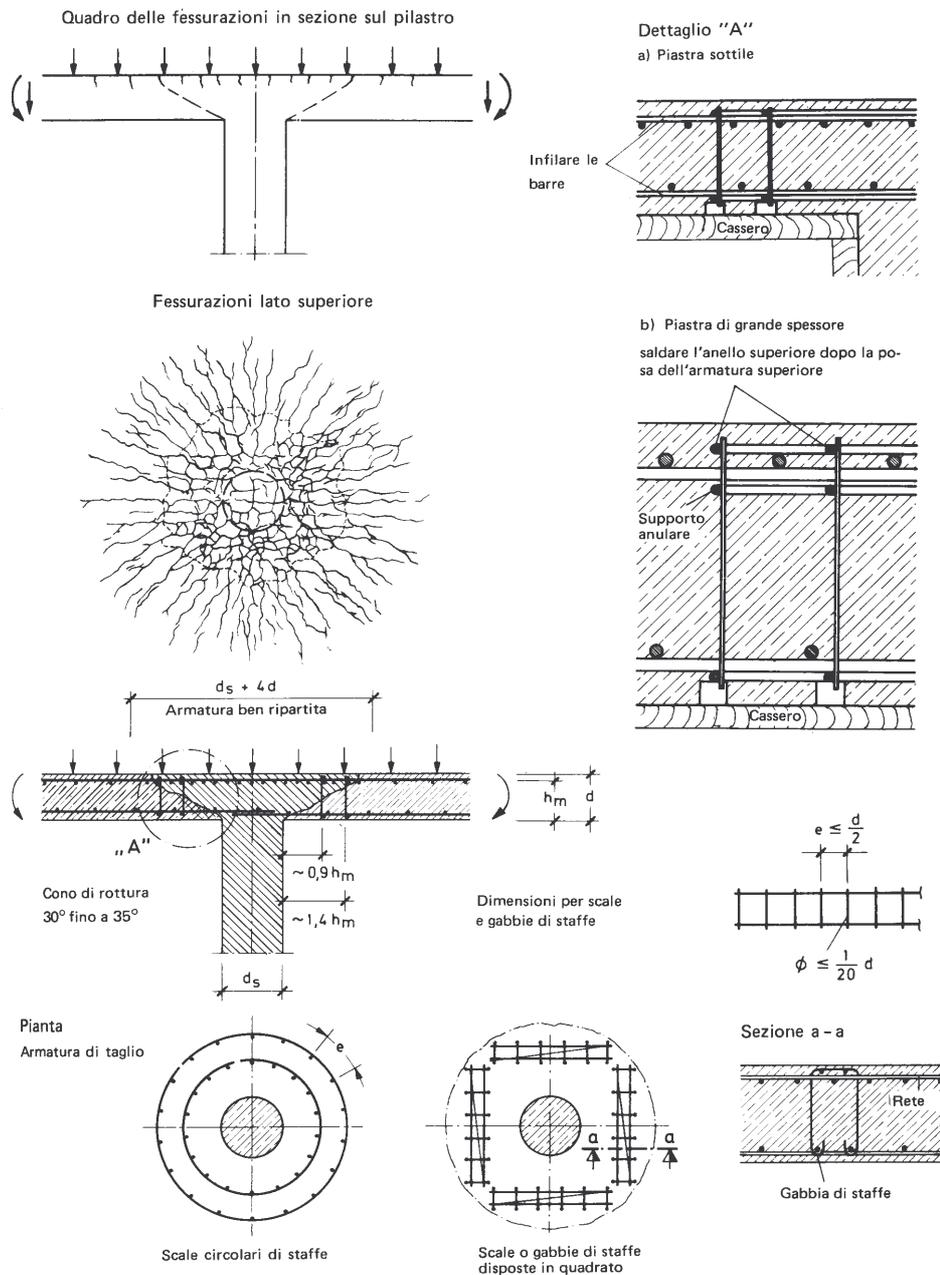


Figura 11 - Disposizione armatura a punzonamento

Se τ_R si ritrova sopra il limite indicato nella DIN 1045 di $\gamma_1 \tau_{011}$ (con $\gamma_1 = 0.2/d + 0.33$), bisogna predisporre un'armatura a taglio, la quale deve poter prevenire le fessurazioni nate a flessione e propagantisi a taglio. Essa andrebbe incorporata in forma di due o tre "scale" anulari o quadrate, composte da ferri sottili verticali $\phi \leq 1/20 d$, saldate per l'ancoraggio a barre superiori e inferiori. Queste scale devono ritrovarsi all'inizio delle fessurazioni di taglio, quindi nella zona esterna al cono di rottura da punzonamento con pendenza di circa 30° . Con le piastre di grosso spessore si possono scegliere anche staffe con distanza ravvicinata dei gambi, che devono però circondare almeno uno strato d'armatura inferiore e superiore. Barre grosse ripiegate oblique sono poco efficaci.

L'armatura di taglio va dimensionata per $0.75 Q_R$; la sezione trasversale dell'acciaio viene determinata in questo caso, indipendentemente dalla pendenza dell'armatura stessa, in

$$F_{eS} = 0.75 Q_R / \sigma_{tam}.$$

La sicurezza contro il punzonamento può essere raggiunta anche con l'ingrandimento della superficie di punzonamento con graduazioni del solaio sul pilastro, oppure con una piastra rigida in acciaio. In Svizzera si incorporano spesso nella piastra telai di rinforzo in profilati d'acciaio (shear-heads). Grosse aperture nel solaio all'interno del cono di rottura sono pericolose. La loro apertura viene, quindi, limitata nella DIN 1045.

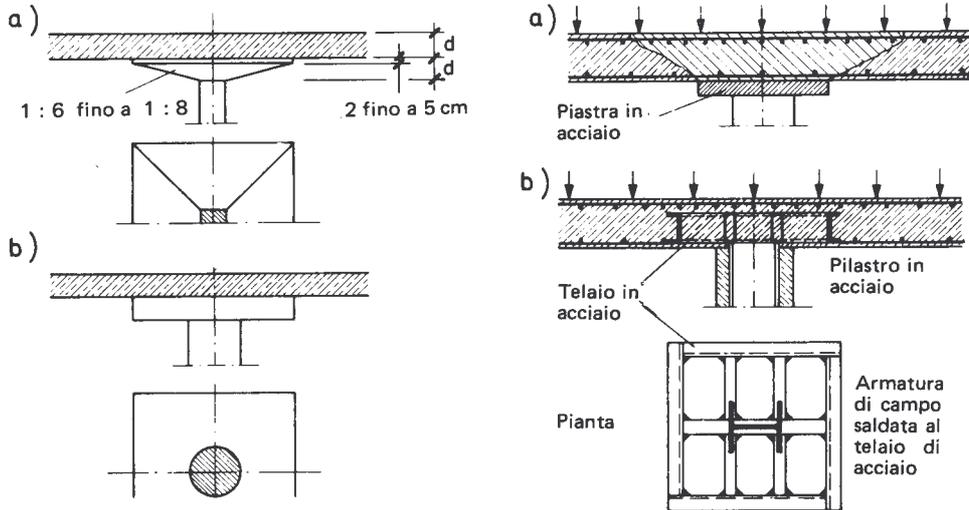
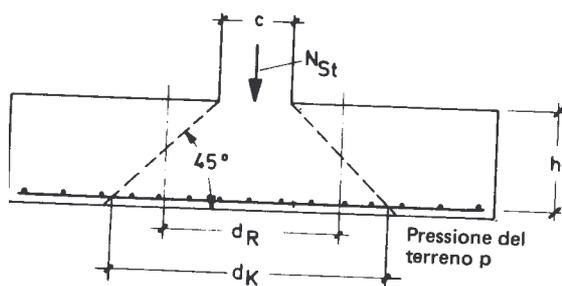


Figura 12 - Disposizione alternativa armatura a punzonamento

Se il solaio viene rinforzato nella zona dei pilastri mediante raccordi di irrobustimento o graduazioni, si parla di solai a fungo. La testata a fungo dovrebbe essere piana, l'altezza utile maggiorata può essere considerata nel calcolo per il dimensionamento dell'armatura flessione con testate più ripide solo fino ad una pendenza di $1/3$ del corpo conico o piramidale inscritto. Se le testate a fungo risultano più ripide di $1/3$ e più larghe di $0.3 l_{min}$, nella determinazione delle forze interne dovute alla trave o al telaio continui, assume un'influenza rilevante il momento d'inerzia ingrandito del pilastro a causa delle aumentate dimensioni della sua sommità. Esso, infatti, determina un incremento di rigidità dell'elemento strutturale e, quindi, una diversa distribuzione delle suddette forze interne. Per questo (e per ragioni formali) il Leonhardt le sconsiglia.

2.3.2 Verifiche a punzonamento delle piastre di fondazione

Nelle piastre di fondazione con una grande componente di carico sulla superficie di base del cono di rottura la pendenza del cono è di circa 45° . Per la sicurezza contro questo tipo di rottura si devono limitare i valori teorici delle tensioni di taglio, oppure si deve prevedere un'armatura a taglio ripartita sulla superficie di rottura a cono.



$$d_R = c + h \quad \text{con colonna}$$

$$d_R = 1,13 c + h \quad \text{con pilastro quadrato}$$

$$d_R = 1,13 \sqrt{c_1 \cdot c_2} + h$$

con pilastri rettangolari

$$u = \pi \cdot d_R \quad \text{circonferenza}$$

$$d_K = d_R + h \quad F_K = \pi d_K^2 / 4$$

$\bar{Q}_R = N_{St} - F_K \cdot p$	$\tau_R = \frac{\bar{Q}_R}{\pi d_R \cdot h}$
------------------------------------	--

Figura 13 - Conoide di punzonamento per piastre di fondazione

La forza di taglio determinante per il punzonamento può essere introdotta con

$$\bar{Q}_R = N_{St} - F_{cono} p$$

dove $F_{cono} = \pi d_K^2 / 4$ (fig. 13). Da ciò si ottiene

$$\tau_R = \bar{Q}_R / (u h)$$

che per fondazioni senza armatura a taglio, in conformità alla DIN 1045, ma con coefficienti secondo Mieterle, non deve superare il valore di:

$$\tau_{Ram} = \gamma_1 \tau_{011} (0.2 / d + 0.33)$$

dove $\gamma_1 = 2.08 \sqrt{\mu_k (\%)}$ per Feb 44K e $0.5 \leq (0.2 / d + 0.33) \leq 1.0$.

Discostandosi dalle regole per i solai, bisogna introdurre in questo caso μ_k effettivo senza delimitazione verso il basso. La percentuale d'armatura μ_k rappresenta la media degli strati d'armatura che si incrociano nel campo di d_k . La sicurezza più semplice e meno costosa contro il punzonamento (punching) è rappresentata dalla scelta di uno spessore sufficiente di piastra d . Con calcestruzzo della classe $B \geq 25 \text{ N/mm}^2$ (secondo la normativa tedesca), acciaio Feb 44k, p fino a 10 kg/cm^2 e larghezza del pilastro $c > 0.5 d$, essendo b la larghezza della piastra, non sussiste alcun pericolo di punzonamento se

$$d \geq \frac{b - c}{1.5/p + 2}$$

con lunghezze in cm e p in kg/cm^2 . In condizioni diverse bisogna eseguire una verifica al punzonamento.

Se il limite valido senza armatura a taglio risulta superato, bisogna predisporre un'armatura contro il punzonamento, da dimensionare per staffe verticali o inclinate per l'assorbimento di $0.75 \bar{Q}_R$, secondo l'equazione:

$$F_{es} = 0.75 \bar{Q}_R / \sigma_{es}$$

La riduzione di $1/\sqrt{2}$ risultante teoricamente per le staffe inclinate di 45° può essere raccomandata solo a seguito di ulteriori prove.

Pur predisponendo opportune armature a taglio, allo scopo di evitare tensioni eccessive e, quindi, non sopportabili dal calcestruzzo compresso, si pone una limitazione di τ_R , definendo il valore massimo assoluto

$$\tau_{R \max am} = \gamma_2 \tau_{02}$$

dove $\gamma_2 \leq 0.78 \sqrt{\mu_k(\%)}$ per Feb 44k.

Poche barre grosse ripiegate non risultano idonee, nelle prove hanno portato solo un incremento di resistenza del 10-20% rispetto alla piastra senza armatura di taglio. L'armatura di taglio può agire positivamente in questo caso solo se incrocia all'inizio la fessurazione del cono a 45° e sospende efficacemente al bordo inferiore il cono di rottura nella zona presso-inflessa superiore all'esterno del cono stesso. Si può ottenere tutto questo solo con staffe con pendenza tra 90° e 45° a distanze ravvicinate e con ancoraggi solidi (per es., in basso con barre saldate di flessione e in alto con forcelle o ganci). Per la fabbricazione e per la posa in opera dell'armatura principale si propongono scale a staffe secondo la fig. 14 che non hanno in alto alcuna barra saldata, al fine di poter introdurre l'armatura principale, per es., in forma di reti.

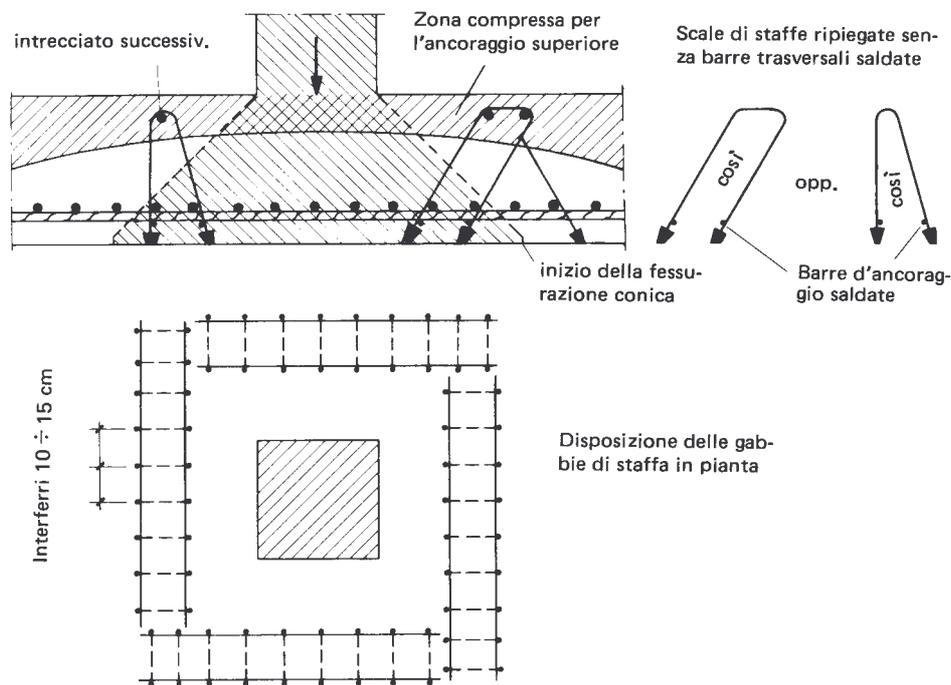


Figura 14 Disposizione armatura a punzonamento per piastre di fondazione

2.4 Verifiche a punzonamento secondo il MODEL CODE 98

Le verifiche a punzonamento vengono condotte assimilando il fenomeno ad un meccanismo di rottura per taglio lungo un perimetro di controllo.

In realtà, nel caso di un sistema assialsimmetrico, la superficie di rottura è tronco-conica e, a partire dal bordo dell'area caricata, si diffonde nello spessore della piastra con un'inclinazione compresa tra 25° e 30°. La frattura si genera già per un carico compreso tra 1/2 e 2/3 del carico di collasso, lasciando, comunque, al sistema una residua stabilità.

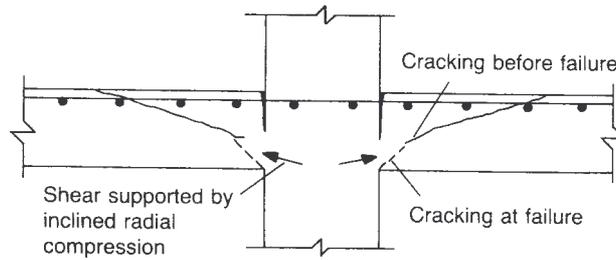


Figura 15 - Conoide di punzonamento

Stabilito che la forza concentrata non è contrastata da un'alta pressione distribuita (ad esempio la pressione del terreno) o da carichi o reazioni all'interno di un perimetro posto a distanza $2d$ dal bordo dell'area di applicazione del carico, il perimetro di controllo stesso può essere preso a tale distanza e sarà costruito in modo da minimizzare la sua lunghezza. L'altezza efficace della piastra si assume pari a $d = (d_x + d_y) / 2$ dove d_x e d_y sono le altezze utili lungo due direzioni ortogonali. Se la piastra contiene un ringrosso intorno ad un pilastro una verifica sarà effettuata a distanza $2d$ con d altezza efficace dentro l'area del ringrosso ed un'altra verifica sarà condotta esternamente al ringrosso allo scopo di prendere in considerazione il minore spessore a disposizione.

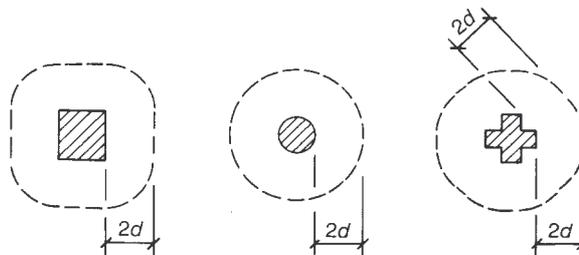


Figura 16 - Perimetri critici

La verifica relativa al perimetro critico è soggetta ad un limite superiore in termini sforzo di taglio al limite dell'area di applicazione della forza. Vengono, di seguito, presentati alcuni casi tipici e i relativi approcci all'analisi della distribuzione delle tensioni.

Tensioni dovute all'applicazione di un carico simmetrico

Se la distribuzione della forza è approssimativamente a simmetria polare, lo sforzo di taglio in corrispondenza del perimetro critico è assunto pari a

$$\tau_{Sd} = F_{Sd} / u_1 d$$

dove

F_{Sd} è il carico concentrato

u_1 è la lunghezza del perimetro critico

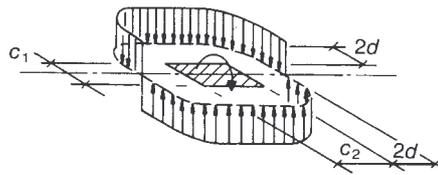


Figura 17 - Distribuzione delle tensioni dovute ad un momento flettente non bilanciato

Pilastri disposti all'interno della piastra

Se la distribuzione della forza non è simmetrica, a causa del trasferimento di un momento flettente non bilanciato, lo sforzo di taglio in corrispondenza del perimetro critico è assunto pari a

$$\tau_{Sd} = F_{Sd} / u_1 d + k M_{Sd} / W_1 d$$

dove

$$W_1 \text{ è un parametro del perimetro critico } u_1 \left(W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl \right)$$

dl è la lunghezza elementare del perimetro

e è la distanza di dl dall'asse attorno al quale agisce il momento M_{Sd}

Per un pilastro rettangolare

$$W_1 = c_1^2 / 2 + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1$$

K è un coefficiente dipendente dal rapporto tra le dimensioni del pilastro c_1 parallela all'eccentricità M_{Sd} / F_{Sd} e c_2 perpendicolare all'eccentricità; tale valore è funzione delle proporzioni del momento flettente non bilanciato trasmesso dal taglio da una parte e da momento flettente e torsione dall'altra.

c_1 / c_2	0.5	1.0	2.0	3.0
K	0.45	0.60	0.70	0.80

Figura 18 - Tabella dei coefficienti K

Pilastri disposti al bordo della piastra

Supposto che l'eccentricità del carico in direzione perpendicolare al bordo della piastra sia rivolta verso l'interno della piastra stessa e che non ci sia eccentricità parallela al bordo stesso, τ_{Sd} può essere calcolata assumendo che il taglio sia uniforme e agisca sul perimetro u_1^* :

$$\tau_{Sd} = F_{Sd} / u_1^* d + k M_{Sd} / W_1 d$$

dove

K è desunto dalla precedente tabella in cui al rapporto c_1 / c_2 si sostituisce il rapporto $c_1 / 2c_2$

W_1 è comunque calcolato sul perimetro u_1 .

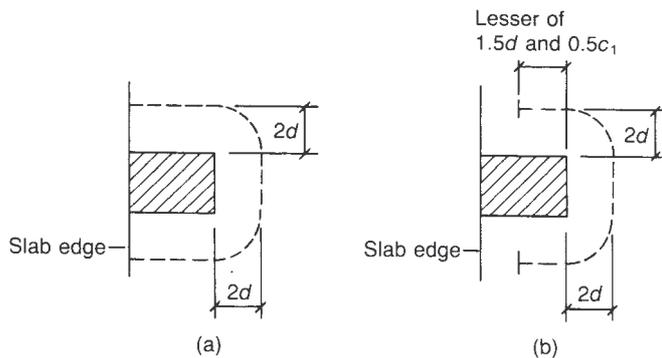


Figura 19 - Perimetri critici per pilastri di bordo

Pilastri disposti in corrispondenza di un angolo della piastra

Anche in questo caso, supposto che l'eccentricità del carico si rivolta verso l'interno della piastra, τ_{sd} può essere calcolata assumendo che il taglio sia uniforme e agisca sul perimetro u_1^* :

$$\tau_{sd} = F_{sd} / u_1^* d + k M_{sd} / W_1 d$$

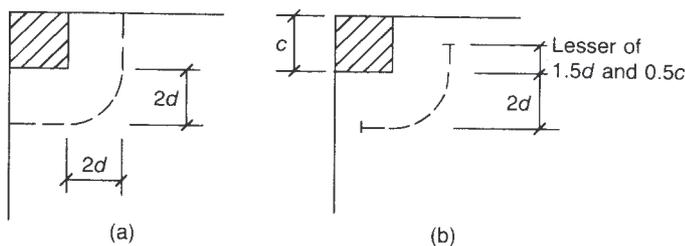


Figura 20 - Perimetri critici per pilastri d'angolo

2.4.1 Verifiche a punzonamento delle piastre senza armatura a taglio

La resistenza a taglio-punzonamento per una piastra con sola armatura a flessione, espressa come sforzo di taglio in corrispondenza del perimetro critico è data da

$$\tau_{Rd} = 0.12 \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3}$$

dove $\xi = 1 + (200/d)^{1/2}$ con d in mm

$$\rho = (\rho_x \rho_y)^{1/2} \quad (\%)$$

ρ_x rapporto geometrico d'armatura in direzione x

ρ_y rapporto geometrico d'armatura in direzione y

In ogni direzione il rapporto geometrico d'armatura è calcolato per una larghezza pari alla dimensione laterale del pilastro incrementata di $3d$ da ogni lato (o fino al bordo della piastra se questo è più vicino).

Il massimo carico per cui qualsiasi nodo pilastro-piastra deve essere progettato è definito da

$$F_{sd,ef} / u_0 d \leq 0.5 f_{cd2}$$

dove

$F_{Sd,ef}$ è il carico di punzonamento incrementato per tener conto degli effetti di un momento trasmesso dal pilastro

u_0 è:

- la lunghezza del perimetro dell'area di applicazione del carico per carichi o pilastri interni
- $c_x + 3d \leq c_x + 2c_y$ per un pilastro di bordo
- $3d \leq c_x + c_y$ per un pilastro d'angolo

dove

c_x è la dimensione del pilastro parallela al bordo della piastra

c_y è la dimensione del pilastro perpendicolare al bordo della piastra

Per un pilastro interno

$$F_{Sd,ef} = F_{Sd} [1 + K (M_{Sd} u_1) / (F_{Sd} W_1)]$$

Per un pilastro di bordo

$$F_{Sd,ef} = F_{Sd} [1 + K (M_{Sd} u_1^*) / (F_{Sd} W_1)]$$

dove M_{Sd} è il momento flettente agente parallelo al bordo della piastra.

Per un pilastro d'angolo

$$F_{Sd,ef} = F_{Sd}$$

La resistenza a punzonamento della base del pilastro deve essere verificata in corrispondenza di perimetri critici posti a diverse distanze dal bordo del pilastro fino alla distanza di $2d$ da esso, assumendo come dimensionante quella che determina il più piccolo carico sul pilastro stesso. Per carichi concentrati, la forza netta applicata vale

$$F_{Sd,red} = F_{Sd} - \Delta F_{Sd}$$

dove

F_{Sd} è il carico del pilastro

ΔF_{Sd} è il carico diretto verso l'alto interno al perimetro critico (ad esempio la reazione del terreno di fondazione meno il peso della fondazione stessa)

$$\tau_{sd} = F_{Sd,red} / u d$$

$$\tau_{Rd} = 0.12 \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3} 2 d/a \leq 0.5 f_{ct2}$$

dove a è la distanza tra il bordo del pilastro e il perimetro in esame.

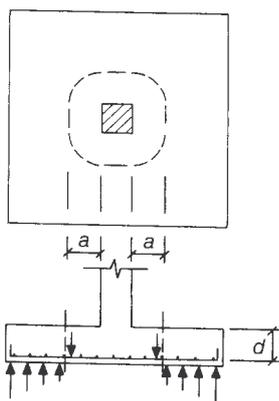


Figura 21 - Base pilastro

Per carichi eccentrici

$$\tau_{sd} = F_{Sd,red} / (u d) [1 + K (M_{Sd} u_1) / (F_{Sd} W_1)]$$

2.4.2 Verifiche a punzonamento delle piastre con armatura a taglio

La resistenza a punzonamento di piastre con armatura a taglio deve essere verificata in tre zone:

- la zona immediatamente adiacente al pilastro o all'area di applicazione del carico
- la zona in cui è disposta l'armatura a taglio
- la zona esterna alla precedente

Nei casi di pilastro interno alla piastra soggetto ad un carico simmetrico, pilastro di bordo senza eccentricità del carico parallela al bordo della piastra e con eccentricità perpendicolare diretta verso l'interno della piastra e pilastro d'angolo con eccentricità della reazione diretta verso l'interno della piastra, le verifiche possono essere condotte come segue:

- zona adiacente al pilastro $\rightarrow F_{Sd} \leq u_0 d 0.5 f_{cd2}$
 $u_0 =$ perimetro del pilastro (pilastri interni)
 $u_0 = c_x + 3d \leq c_x + 2 c_y$ per un pilastro di bordo
 $u_0 = 3d \leq c_x + c_y$ per un pilastro d'angolo
- zona in cui è disposta armatura a taglio $\rightarrow F_{Sd} \leq 0.09 \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3} u_1 d + 1.5 d / s_r A_{sw} f_{ymd} \sin \alpha$
 dove

A_{sw} è l'area dell'armatura a taglio in una superficie intorno al pilastro
 s_r è la distanza in direzione radiale tra gli strati delle armature a taglio
 α è l'angolo tra l'armatura a taglio ed il piano della piastra

$$1.5 d / s_r A_{sw} f_{ymd} \sin \alpha \geq 0.03 \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3} u_1 d$$

$$f_{ymd} \leq 300 \text{ MPa}$$

- zona esterna alla precedente $\rightarrow F_{Sd} \leq 0.12 \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3} u_{n,ef} d$
 dove

$u_{n,ef}$ è la lunghezza di un perimetro costruito a una distanza pari a $2d$ dalla più esterna delle armature a taglio

ρ è calcolato per le armature che attraversano $u_{n,ef}$

Se la spaziatura in direzione circonferenziale relativa allo strato più esterno di armatura a taglio è superiore a $2d$, $u_{n,ef}$ è la somma delle lunghezze dei perimetri corrispondenti alle porzioni di tale ultimo strato di armatura distanti dalle armature stesse meno di d (fig. 22).

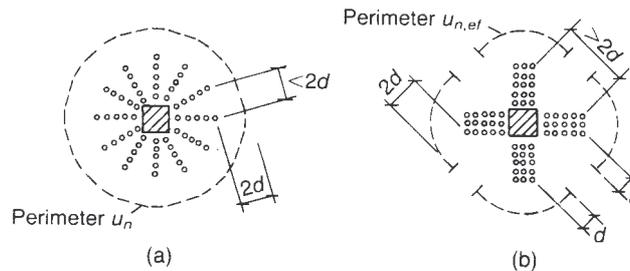


Figura 22 - Perimetri critici u_n e $u_{n,ef}$

Quanto appena illustrato implica che siano soddisfatte le seguenti condizioni:

1. la distanza tra lo strato più interno di armatura a taglio e il bordo del pilastro non deve essere superiore a βd , dove

$$\beta = \text{capacità della piastra senza armatura a taglio} / \text{capacità richiesta} \leq 0.5$$

2. l'armatura a taglio deve essere ancorata in corrispondenza o oltre il piano delle armature di trazione da una parte e in corrispondenza o oltre il centro delle tensioni di compressione
3. la spaziatura in direzione radiale delle armature a taglio non deve superare $0.75 d$
4. per i pilastri di bordo e d'angolo, l'armatura a taglio ricavata dal calcolo deve essere posizionata all'interno dei segmenti indicati in figura 23. Simili armature e con uguale spaziatura devono essere posizionate tra tali segmenti ed il bordo o i bordi della piastra, ma non devono essere tenuti in conto nel calcolo.

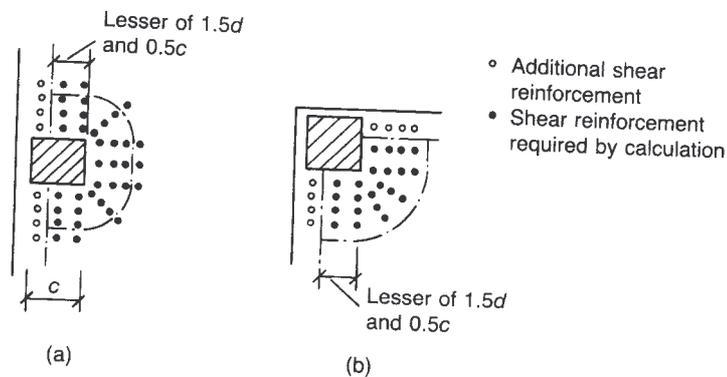


Figura 23 - Disposizione armature per pilastri di bordo e d'angolo

Per pilastri interni che trasmettono momento flettente e per pilastri di bordo con eccentricità del carico parallela al bordo della piastra, la forza F_{Sd} deve essere incrementata fino a $F_{Sd,ef}$ per tener conto dell'influenza del momento flettente trasmesso.

zona immediatamente adiacente al pilastro e zona dove è disposta l'armatura a taglio
 $\rightarrow F_{Sd,ef} = F_{Sd} [1 + K (M_{Sd} u_1) / (F_{Sd} W_1)]$

zona senza l'armatura a taglio $\rightarrow F_{Sd,ef} = F_{Sd} [1 + K (M_{Sd} u_{n,ef}) / (F_{Sd} W_{n,ef})]$

dove $W_{n,ef}$ è il parametro del perimetro $u_{n,ef}$, analogo a $W_{n,ef}$ per $u_{n,ef}$ e K si ottiene dalla tabella definita in precedenza.

Nel caso di elementi precompressi, la somma delle componenti verticali delle forze di precompressione contenute nella larghezza del pilastro o dentro una distanza di $h/2$ da esso devono essere dedotte da F_{Sd} .

3 DUE CASI PRATICI

Allo scopo di evidenziare le caratteristiche dei differenti approcci ai problemi di taglio e punzonamento nelle piastre, che nei precedenti capitoli sono stati trattati solo da un punto di vista teorico, si presentano due applicazioni numeriche relative a due casi concreti. Si tratta delle verifiche relative al solettone di copertura ed al plinto di fondazione di una galleria artificiale di intersezione fra la linea ferroviaria Alta Capacità Torino - Milano e la linea storica F.S., situata nel comune di Pregnana, tra le progressive km 113+764 e km 113+839. L'opera permette il passaggio al suo interno del doppio binario della linea storica F.S. e sostiene in quota il doppio binario della Linea A.C..

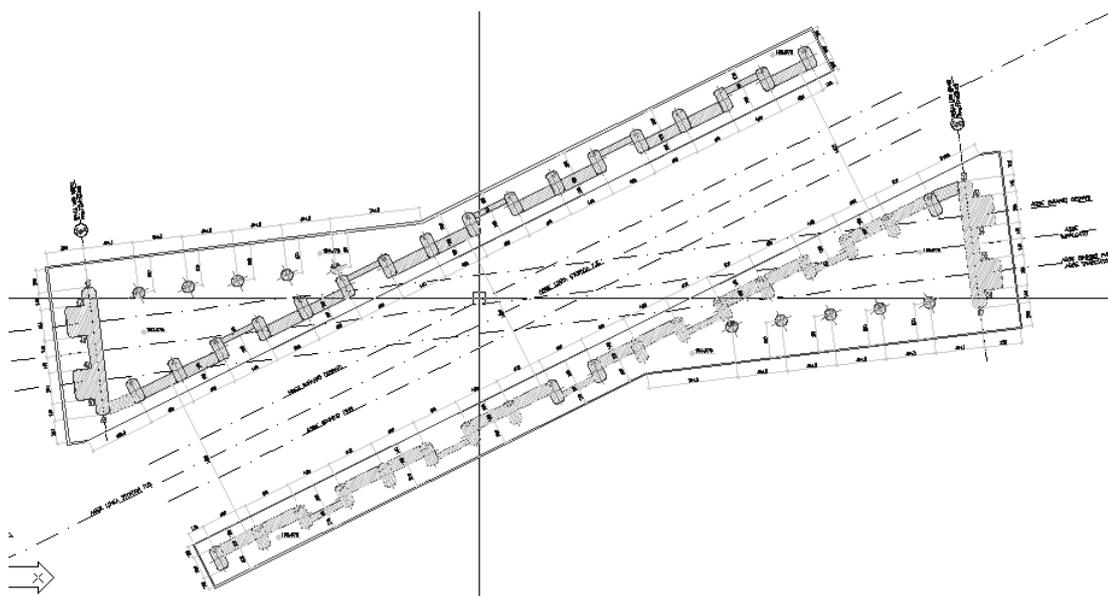


Figura 24 – Pianta di riferimento

La struttura finita è schematizzabile nelle sue parti iniziale e finale a farfalla come un telaio doppio, e nella parte centrale come un telaio semplice. La campata all'interno della quale passa la linea storica, è costituita da un impalcato realizzato con travi prefabbricate a T rovescia e getto di completamento (l'altezza complessiva dell'impalcato è di 120 cm), mentre la campata esterna è costituita da un impalcato realizzato con una soletta di altezza pari a 110 cm gettata in opera su predalles puntelate dello spessore di 10 cm.

Le sottostrutture sono costituite da tre allineamenti verticali: due allineamenti sono realizzati con pilastri rettangolari stondati $200 \times 100 \text{ cm}^2$ posti ad interasse di 400 cm, ed il terzo, a sostegno della farfalla è realizzato da colonne circolari di 100 cm di diametro poste anch'esse ad interasse di 400 cm.

In ogni caso il vincolo tra impalcato e relative sottostrutture è assimilabile ad incastri data la modalità di realizzazione dei nodi di connessione: l'impalcato e la soletta superiore presentano nervature costituite da travi di collegamento longitudinali tra i pilastri.

Nello spazio tra i pilastri sono presenti muri in c.a., svincolati dalle colonne, e, dunque, incastrati al solo piede nella platea di fondazione.

Per quanto concerne le fondazioni, queste sono costituite da zattere di altezza di 1.20 m poggianti direttamente sul terreno, consolidate con colonne di jet grouting.

Si riporta di seguito la sezione trasversale e la pianta fondazione della galleria, al fine di individuare gli elementi di cui sopra.

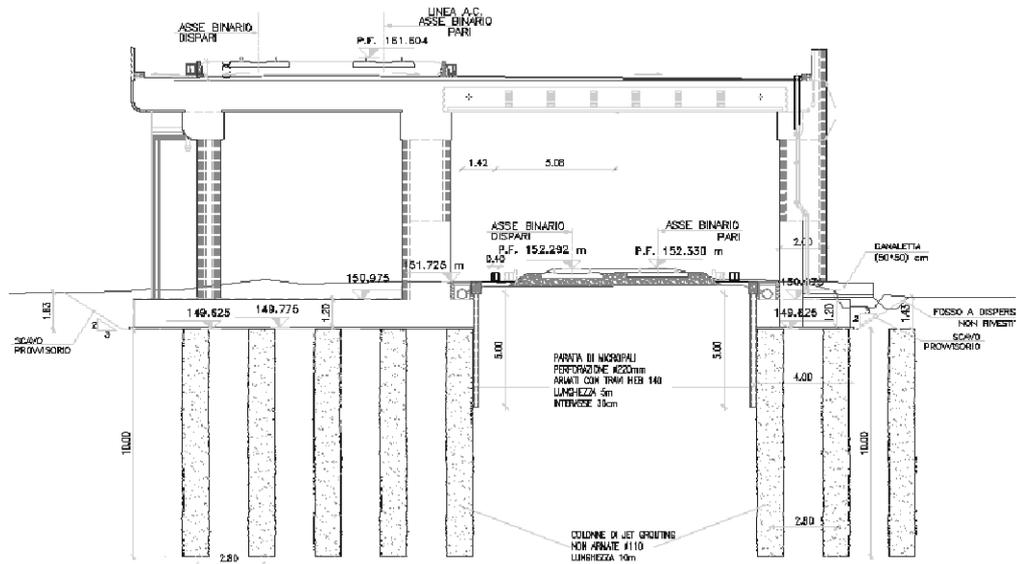


Figura 25 - Sezione trasversale galleria

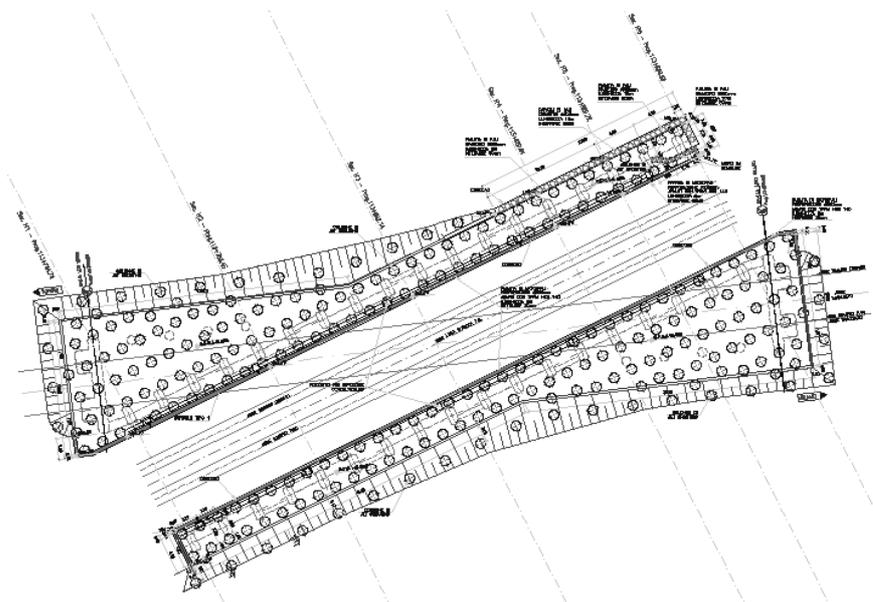


Figura 26 - Pianta delle fondazioni galleria

La galleria è stata in precedenza analizzata compiendone una modellazione tridimensionale (utilizzando il programma SAP 2000©). Da tale modellazione si estrapolano le caratteristiche di sollecitazione utilizzate nelle successive verifiche a taglio e a punzonamento condotte secondo gli approcci illustrati nei capitoli precedenti.

Si prendono in considerazione:

- il solettone di copertura (di spessore pari a 120 cm.), realizzato con calcestruzzo avente $R_{ck} = 35$ MPa e acciaio ordinario per armature (FeB 44k) per il quale le verifiche vengono effettuate per elementi della larghezza di 400 cm. così armati:
 - armatura tesa: 1 strato $\varnothing 26$ mm passo 20 cm. + 1 strato $\varnothing 20$ mm passo 20 cm.
 - armatura compressa: 1 strato $\varnothing 24$ mm passo 20 cm.;
- il plinto di fondazione (di spessore pari a 120 cm.) è realizzato con calcestruzzo avente $R_{ck} = 30$ MPa e acciaio ordinario per armature (FeB 44k) per il quale le verifiche vengono effettuate per elementi della larghezza di 400 cm.; il plinto è armato in direzione longitudinale e in direzione trasversale, sia superiormente che inferiormente con $\varnothing 26$ mm passo 20 cm.

N.B.: Il solettone di copertura è realizzato su travi longitudinali che lo sostengono per tutta la lunghezza della galleria. Per tale motivo è ragionevole ritenere che non ci siano i presupposti necessari perché si possa verificare il fenomeno del punzonamento. Per quanto riguarda, invece, il plinto di fondazione, essendo soggetto ai carichi assiali trasmessi dai pilastri e dalle colonne circolari che agiscono puntualmente, si rende necessario procedere alla verifica nei confronti del punzonamento.

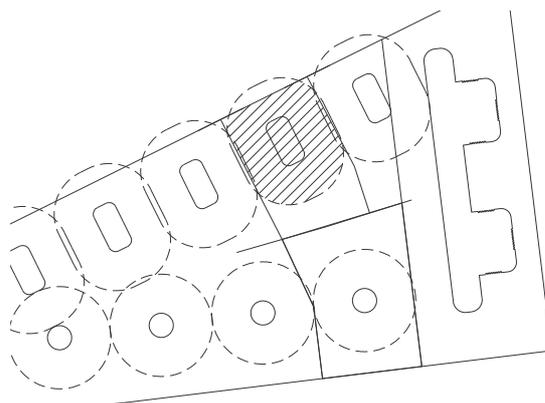


Figura 27- Conoidi di punzonamento in corrispondenza dei pilastri

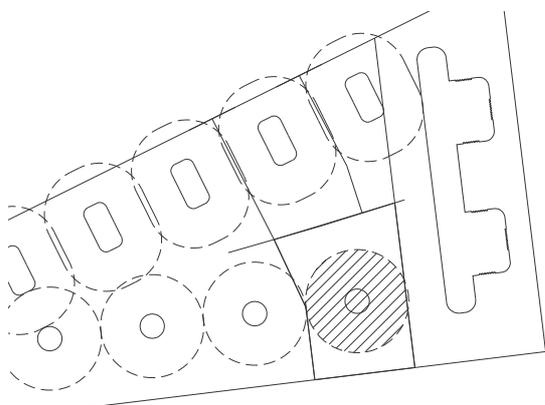


Figura 28- Conoidi di punzonamento in corrispondenza delle colonne circolari

3.1 Verifiche a taglio secondo il D.M. 14/02/92

3.1.1 Solettone di copertura

Il taglio massimo agente alle tensioni ammissibili è pari a 1572 kN.

DIMENSIONI			
larghezza	b_w	4.00	m
altezza	h	1.20	m
altezza utile	d	1.08	m

MATERIALI			
calcestruzzo	R_{ck}	35	MPa

VERIFICA			
tensione limite taglio	τ_{c0}	0.67	MPa
tensione limite taglio	τ_{c1}	0.97	MPa
taglio agente	V	1572	kN
tensione sollecitante	τ	0.40	MPa

$$\text{N.B.: } \tau_{c0} = 0.4 + (R_{ck} - 15) / 75$$

$$\tau_{c1} = 1.4 + (R_{ck} - 15) / 35$$

Essendo $\tau < \tau_{c0}$ non è necessario predisporre una specifica armatura a taglio.

3.1.2 Plinto di fondazione

Il taglio massimo agente alle tensioni ammissibili è pari a 925 kN.

DIMENSIONI		
larghezza	b_w	4.00 m
altezza	h	1.20 m
altezza utile	d	1.08 m

MATERIALI		
calcestruzzo	R_{ck}	30 MPa

VERIFICA		
tensione limite taglio	τ_{c0}	0.60 MPa
tensione limite taglio	τ_{c1}	0.83 MPa
taglio agente	V	925 kN
tensione sollecitante	τ	0.24 MPa

$$\text{N.B.: } \tau_{c0} = 0.4 + (R_{ck} - 15) / 75$$

$$\tau_{c1} = 1.4 + (R_{ck} - 15) / 35$$

Essendo $\tau < \tau_{c0}$ non è necessario predisporre una specifica armatura a taglio.

3.2 Verifiche a taglio secondo l'EUROCODICE 2

3.2.1 Solettone di copertura

Il taglio massimo allo SLU risultante dalla modellazione 3-D è pari a 2358 kN.

DIMENSIONI			
larghezza	b_w	4.00	m
altezza	h	1.20	m
altezza utile	d	1.08	m

MATERIALI			
calcestruzzo	R_{ck}	35	MPa
	f_{ck}	29	MPa
	γ_c	1.6	
tensione limite taglio	f_{ctd}	18	MPa
	τ_{rd}	316	kN/m^2
resistenza a trazione cls	f_{ctd}	1264	kN/m^2
acciaio FeB44k	f_{yd}	374	MPa
carico assiale/precompressione	N_{sd}	0	kN
tensione normale media	σ_{cp}	0	kN/m^2

VERIFICA SENZA ARMATURA			
coefficiente tensione	β	1.00	
larghezza sezione	b_w	4.00	m
diametro ferri tesi	ϕ	26	mm
numero ferri tesi	n	20	I strato
diametro ferri tesi	ϕ	20	mm
numero ferri tesi	n	20	II strato
area ferri tesi	A_{s1}	0.0169	m^2
diametro ferri compressi	ϕ	20	mm
numero ferri compressi	n	20	
area ferri compressi	A_{s2}	0.0063	m^2
taglio massimo agente	V_{sd}	2358	kN
taglio massimo per elementi non armati	V_{rd1}	1852	kN
taglio limite	V_{rd2}	17648	kN

NON VERIFICA >> OCCORRE ARMATURA A TAGLIO

ARMATURA A TAGLIO			
diametro staffe	ϕ	20	mm
bracci	br	6.67	
area armatura trasversale	A_{sw}	0.0021	m^2
passo staffe	s	0.60	m
inclinazione staffe rispetto all'orizzontale	α	90	

taglio massimo agente	V_{sd}	2358	kN
-----------------------	----------	------	----

VERIFICA CONGLOMERATO			
taglio resistente	V_{rd2}	17648	kN

VERIFICA

VERIFICA ARMATURA TRASVERSALE			
taglio CLS teso	V_{ed}	1852	kN
taglio armatura trasversale	V_{wd}	1269	kN
taglio resistente	V_{rd3}	3121	kN

VERIFICA

VERIFICA ARMATURA A FLESSIONE			
momento flettente agente	M_{sd}	3763	kN m
trazione armature a flessione	T_d	5050	kN
	T_R	6317	kN

VERIFICA

ARMATURA TRASVERSALE MINIMA					
$\rho_{effettivo}$	0.00087	>	0.00066	ρ_{minimo}	OK
$S_{LONGITUDINALE}$	0.60	<	0.864	minimo	OK
$S_{TRASVERSALE}$	0.60	<	0.8	minimo	OK

Classi di calcestruzzo	Classi di acciaio		
	S220	S400	S500
C12/15 C20/25	0.00096	0.00054	0.00042
C25/30 C35/45	0.00144	0.00078	0.00066
C40/50 C50/60	0.0018	0.00096	0.00078

Si inserisce, dunque, in corrispondenza dell'appoggio sui pilastri l'armatura a taglio costituita da ferri verticali $\Phi 20$ disposti ad interasse pari a 60 cm longitudinalmente e 60 cm trasversalmente.

3.2.2 Plinto di fondazione

Il taglio massimo allo SLU, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 1388 kN.

DIMENSIONI			
larghezza	b_w	4.00	m
altezza	h	1.20	m
altezza utile	d	1.08	m

MATERIALI			
calcestruzzo	R_{ck}	30	MPa
	f_{ck}	25	MPa
	γ_c	1.6	
tensione limite taglio	f_{cd}	16	MPa
	τ_{rd}	285	kN/m ²
	f_{ctd}	1140	kN/m ²
resistenza a trazione cls	f_{ctd}	1140	kN/m ²
acciaio FeB44k	f_{yd}	374	MPa
carico assiale/precompressione	N_{sd}	0	kN
tensione normale media	σ_{cp}	0	kN/m ²

VERIFICA SENZA ARMATURA			
coefficiente tensione	β	1.00	
larghezza sezione	b_w	4.00	m
diametro ferri tesi	ϕ	26	mm
numero ferri tesi	n	20	I strato
diametro ferri tesi	ϕ	0	mm
numero ferri tesi	n	0	II strato
area ferri tesi	A_{s1}	0.0106	m ²
diametro ferri compressi	ϕ	26	mm
numero ferri compressi	n	20	
area ferri compressi	A_{s2}	0.0106	m ²
taglio massimo agente	V_{sd}	1388	kN
taglio massimo per elementi non armati	V_{rd1}	1599	kN
taglio limite	V_{rd2}	15127	kN

VERIFICA >> NON OCCORRE ARMATURA A TAGLIO

VERIFICA ARMATURA A FLESSIONE			
momento flettente agente	M_{sd}	1972	kN m
trazione armature a flessione	T_d	2723	kN
	T_R	3968	kN

VERIFICA

Non è necessario predisporre una specifica armatura a taglio.

3.3 Verifiche a taglio secondo il Leonhardt

3.3.1 Solettone di copertura

Il taglio massimo allo SLU risultante dalla modellazione 3-D è pari a 2358 kN.

DIMENSIONI	
larghezza	b _w 4.00 m
altezza	h 1.20 m
altezza utile	d 1.08 m

MATERIALI	
calcestruzzo	B (DIN) 35 MPa

VERIFICA	
tensione limite taglio	τ ₀₁₁ 0.60 MPa
tensione limite taglio	τ ₀₂ 2.40 MPa
	0.5 τ ₀₂ 1.20 MPa
	k ₁ 0.52
	k ₂ 0.71
taglio agente	V 2358 kN
tensione sollecitante	τ ₀ 0.61 MPa
	τ ₀ > k ₁ τ ₀₁₁ NON VERIFICA
	τ ₀ > k ₂ τ ₀₁₁ NON VERIFICA
	τ ₀ < τ ₀₂ VERIFICA
	τ ₀ < 0.5 τ ₀₂ VERIFICA
assorbimento di taglio diminuito	τ 0.15 MPa
	τ _B 0.38 MPa

campo	tensione di taglio max τ ₀₂	limiti per τ ₀ [N/mm ²] per la classe di resistenza del calcestruzzo				
		B 15	B 25	B 35	B 45	B 55
1	τ ₀₁₁ *	0.15	0.35	0.40	0.50	0.60
1	τ ₀₁₁ **	0.35	0.50	0.60	0.70	0.80
2	τ ₀₂	1.20	1.80	2.40	2.70	3.00

Essendo $\tau_0 \leq 0.5 \tau_{02}$ il Leonhardt ritiene sufficiente una staffatura che si estenda per $x \approx 4 h$ con un passo non superiore a $2 h$.

3.3.2 Plinto di fondazione

Il taglio massimo allo SLU, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 1388 kN.

DIMENSIONI	
larghezza	b _w 4.00 m
altezza	h 1.20 m
altezza utile	d 1.08 m
MATERIALI	
calcestruzzo	B (DIN) 25 MPa
VERIFICA	
tensione limite taglio	τ ₀₁₁ 0.50 MPa
tensione limite taglio	τ ₀₂ 1.80 MPa
	0.5 τ ₀₂ 0.90 MPa
	k ₁ 0.52
	k ₂ 0.71
taglio agente	V 1388 kN
tensione sollecitante	τ ₀ 0.36 MPa
	τ ₀ > k ₁ τ ₀₁₁ NON VERIFICA
	τ ₀ > k ₂ τ ₀₁₁ NON VERIFICA
	τ ₀ < τ ₀₂ VERIFICA
	τ ₀ < 0.5 τ ₀₂ VERIFICA
assorbimento di taglio diminuito	τ 0.07 MPa
	τ _B 0.27 MPa

campo	tensione di taglio max τ ₀₂	limiti per τ ₀ [N/mm ²] per la classe di resistenza del calcestruzzo				
		B 15	B 25	B 35	B 45	B 55
1	τ ₀₁₁ *	0.15	0.35	0.40	0.50	0.60
1	τ ₀₁₁ **	0.35	0.50	0.60	0.70	0.80
2	τ ₀₂	1.20	1.80	2.40	2.70	3.00

Essendo $\tau_0 \leq 0.5 \tau_{02}$ il Leonhardt ritiene sufficiente una staffatura che si estenda per $x \approx 4 h$ con un passo non superiore a $2 h$.

3.4 Verifiche a taglio secondo il MODEL CODE 98

3.4.1 Solettone di copertura

Il taglio massimo allo SLU risultante dalla modellazione 3-D è pari a 2358 kN.

DIMENSIONI	
larghezza	b_w 4.00 m
altezza	h 1.20 m
altezza utile	d 1.08 m

MATERIALI		
calcestruzzo	R_{ck}	35 MPa
	f_{ck}	29 MPa
	f_{ck0}	10 MPa
	$f_{ckt0,min}$	0.95 MPa
	$f_{ckt,min}$	1.93 MPa
	$f_{ckt0,m}$	1.40 MPa
	f_{ctm}	2.85 MPa
	f_{ctd}	1.29 MPa
	f_{cd}	18.16 MPa
	f_{cd1}	13.64 MPa
	f_{cd2}	9.63 MPa
acciaio	f_{yk}	430 MPa
	f_{yd}	374 MPa
	f_{vcd}	374 MPa

VERIFICA	
momento agente	M_{Sd} 3763 kN m
taglio agente	V_{Sd} 2358 kN
tensione sollecitante	σ_{max} 3.13 MPa
	$\sigma_{max} > f_{ctd}$ il cls si frattura

VERIFICA	
diametro armatura a flessione	ϕ 26 mm
n° ferri I strato	n° 20
diametro armatura a flessione	ϕ 20 mm
n° ferri II strato	n° 20
area armatura a flessione	A_s 0.0169 m ²
	V_{Rd1} 1667 kN
	$V_{Sd} > V_{Rd1}$ è necessario armare a taglio

TAGLIO MASSIMO ASSOLUTO	
	$V_{Rd,MAX}$ 18732 kN
	$V_{Sd} < V_{Rd,MAX}$ OK

GEOMETRIA	
inclinazione bielle compresse	θ 0.79 rad
inclinazione barre trasversale	α 1.57 rad
braccio delle forze interne	z 0.972 m
diametro armatura compressa	ϕ 24 mm
n° ferri	n° 20
diametro armatura trasversale	ϕ 20 mm
n° ferri	n° 10.00
passo trasversale	s 0.40 m
passo	s 0.40 m
baricentro armature	d_g 0.67 m
profondità asse neutro	y 0.28 m
momento d'inerzia	I 1.24 m ⁴

		VERIFICA		
sollecitazione	F_{St}	5802	kN	il corrente teso verifica
resistenza	F_{Rt}	6317	kN	
sollecitazione	F_{Sc}	3442	kN	il corrente compresso verifica
resistenza	F_{Rc}	18484	kN	
sollecitazione	F_{Scw}	3339	kN	la biella compressa verifica
resistenza	F_{Rcw}	26480	kN	
sollecitazione	F_{Stw}	2358	kN	l'armatura trasversale verifica
resistenza	F_{Rtw}	2858	kN	

ARMATURA TRASVERSALE MINIMA				
ω	0.30	>	0.20	OK
s	0.60	<	0.81	OK
θ	0.79	<	0.79	OK
θ	0.79	>	0.32	OK

Si inserisce, dunque, in corrispondenza dell'appoggio sui pilastri l'armatura a taglio costituita da ferri verticali $\Phi 20$ disposti ad interasse pari a 40 cm longitudinalmente e 40 cm trasversalmente.

3.4.2 Plinto di fondazione

Il taglio massimo allo SLU, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 1388 kN.

DIMENSIONI			
larghezza	b_w	4.00	m
altezza	h	1.20	m
altezza utile	d	1.08	m

MATERIALI			
calcestruzzo	R_{ck}	30	MPa
	f_{ck}	25	MPa
	f_{ck0}	10	MPa
	$f_{ckt0,min}$	0.95	MPa
	$f_{ckt,min}$	1.75	MPa
	$f_{ckt0,m}$	1.40	MPa
	f_{ctm}	2.57	MPa
	f_{ctd}	1.16	MPa
	f_{cd}	15.56	MPa
	f_{cd1}	11.91	MPa
f_{cd2}	8.41	MPa	
acciaio	f_{yk}	430	MPa
	f_{yd}	374	MPa
	f_{yvd}	374	MPa

VERIFICA			
momento agente	M_{Sd}	1972	kN m
taglio agente	V_{Sd}	1388	kN
tensione sollecitante	σ_{max}	1.49	MPa
	σ_{max}	>	f_{ctd} il cls si frattura

VERIFICA			
diametro armatura a flessione	ϕ	26	mm
n° ferri I strato	n°	20	
diametro armatura a flessione	ϕ	0	mm
n° ferri II strato	n°	0	
area armatura a flessione	A_s	0.0106	m ²
	V_{Rd1}	1356	kN
	V_{Sd}	>	V_{Rd1} è necessario armare a taglio

TAGLIO MASSIMO ASSOLUTO			
	$V_{Rd,MAX}$	16357	kN
	V_{Sd}	<	$V_{Rd,MAX}$ OK

GEOMETRIA			
inclinazione bielle compresse	θ	0.79	rad
inclinazione barre trasversale	α	1.57	rad
braccio delle forze interne	z	0.972	m
diametro armatura compressa	ϕ	26	mm
n° ferri	n°	20	
diametro armatura trasversale	ϕ	20	mm
n° ferri	n°	8.00	
passo trasversale	s	0.50	m
passo	s	0.50	m
baricentro armature	dg	0.54	m
profondità asse neutro	y	0.22	m
momento d'inerzia	I	1.37	m ⁴

VERIFICA				
sollecitazione	F_{St}	3165	kN	il corrente teso verifica
resistenza	F_{Rt}	3968	kN	
sollecitazione	F_{Sc}	1776	kN	il corrente compresso verifica
resistenza	F_{Rc}	14651	kN	
sollecitazione	F_{Scw}	1965	kN	la biella compressa verifica
resistenza	F_{Rcw}	23123	kN	
sollecitazione	F_{Stw}	1388	kN	l'armatura trasversale verifica
resistenza	F_{Rtw}	1829	kN	

ARMATURA TRASVERSALE MINIMA				
ω	0.21	>	0.2	OK
s	0.60	<	0.81	OK
θ	0.79	<	0.79	OK
θ	0.79	>	0.32	OK

Si inserisce, dunque, in corrispondenza dell'appoggio sui pilastri l'armatura a taglio costituita da ferri verticali $\Phi 20$ disposti ad interasse pari a 50 cm longitudinalmente e 50 cm trasversalmente.

3.5 Verifiche a taglio - Confronto dei risultati

Si illustra, mediante la tabella riassuntiva seguente, il confronto tra le armature a taglio determinate secondo i vari metodi presi in esame.

Armatura a taglio	Solettone di copertura	Plinto di fondazione
D.M. 14/02/92	nessuna armatura	nessuna armatura
EUROCODICE 2	$\Phi 20/60/60$	nessuna armatura
Leonhardt	$\Phi 20/240/240$	$\Phi 20/240/240$
MODEL CODE 98	$\Phi 20/40/40$	$\Phi 20/50/50$

Ciò che emerge dal confronto dei risultati è che, per i carichi, i materiali e la geometria assegnati, l'applicazione del MODEL CODE 98 piuttosto che dell'EUROCODICE 2 determina nel solettone l'obbligo di inserire armature a taglio più fitte e nel plinto l'obbligo di inserire armature a taglio che, per la verifica condotta in base all'EUROCODICE 2, non erano, invece, necessarie. Il Leonhardt, viceversa, date le basse tensioni, impone in entrambi i casi soltanto un armatura di taglio minima in prossimità degli appoggi. Anche per il D.M. 14/02/92 sono sufficienti le armature minime.

3.6 Verifiche a punzonamento secondo il D.M. 09/01/96

3.6.1 Punzonamento per effetto del carico assiale del pilastro

Il carico massimo di punzonamento che un pilastro di tipo rettangolare induce sul plinto, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 7398 kN.

La tensione sul terreno considerata è la tensione media su tale area, calcolata attraverso il modello 3-D e vale $\sigma_{mcd} = 0.250$ MPa

DIMENSIONI	
altezza - x	h_x 1.20 m
altezza - y	h_y 1.20 m
altezza utile - x	d_x 1.08 m
altezza utile - y	d_y 1.08 m
altezza utile media	d 1.08 m
lato pilastro - x	c_x 1.00 m
lato pilastro - y	c_y 2.00 m
distanza pilastro dal bordo - x	l_x 4.00 m
distanza pilastro dal bordo - y	l_y 1.00 m
	c_{x1} 2.00 m
	c_{y1} 1.00 m
indice	2

MATERIALI	
calcestruzzo	R_{ck} 30 MPa
	f_{ck} 25 MPa
	γ_c 1.6
resistenza a trazione cls	f_{ctd} 1140 kN/m ²

VERIFICA SENZA ARMATURA	
carico assiale agente	N_{sd} 7398 kN
pressione terreno	p 0.25 MPa
reazione terreno	ΔN_{sd} 2764 kN
taglio massimo agente	V_{sd} 4634 kN
perimetro critico	u 9 m
taglio limite	F_R 5355 kN

pilastro	indice
interno	1
di bordo	2
d'angolo	3

x è parallelo al bordo (caso 2)
y è perpendicolare al bordo (caso 2)

Non è quindi necessario inserire un'armatura per il punzonamento.

3.6.2 Punzonamento per effetto del carico assiale della colonna circolare

Il carico massimo di punzonamento che una colonna circolare induce sul plinto, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 4811 kN.

La tensione sul terreno considerata è la tensione media su tale area, calcolata attraverso il modello 3-D e vale $\sigma_{med} = 0.166$ MPa

DIMENSIONI		
altezza - x	h_x	1.20 m
altezza - y	h_y	1.20 m
altezza utile - x	d_x	1.08 m
altezza utile - y	d_y	1.08 m
altezza utile media	d	1.08 m
lato pilastro - x	c_x	1.00 m
lato pilastro - y	c_y	1.00 m
distanza pilastro dal bordo - x	l_x	4.00 m
distanza pilastro dal bordo - y	l_y	2.50 m
	c_{x1}	1.00 m
	c_{y1}	1.00 m
indice	1	

MATERIALI		
calcestruzzo	R_{ck}	30 MPa
	f_{ck}	25 MPa
	γ_c	1.6
resistenza a trazione cls	f_{ctd}	1140 kN/m ²

VERIFICA SENZA ARMATURA		
carico assiale agente	N_{sd}	4811 kN
pressione terreno	p	0.17 MPa
reazione terreno	ΔN_{sd}	1468 kN
taglio massimo agente	V_{sd}	3343 kN
perimetro critico	u	7 m
taglio limite	F_R	4552 kN

pilastro	indice
interno	1
di bordo	2
d'angolo	3

x è parallelo al bordo (caso 2)
y è perpendicolare al bordo (caso 2)

NON E' NECESSARIO ARMARE A TAGLIO

Non è quindi necessario inserire un'armatura per il punzonamento.

3.7 Verifiche a punzonamento secondo l'EUROCODICE 2

3.7.1 Punzonamento per effetto del carico assiale del pilastro

Il carico massimo di punzonamento che un pilastro di tipo rettangolare induce sul plinto, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 7398 kN.

La tensione sul terreno considerata è la tensione media su tale area, calcolata attraverso il modello 3-D e vale $\sigma_{mcd} = 0.250$ MPa

DIMENSIONI		
larghezza (solo per σ_{cp})	b	4.00 m
altezza - x	h_x	1.20 m
altezza - y	h_y	1.20 m
altezza utile - x	d_x	1.08 m
altezza utile - y	d_y	1.08 m
altezza utile media	d	1.08 m
lato pilastro - x	c_x	1.00 m
lato pilastro - y	c_y	2.00 m
distanza pilastro dal bordo - x	l_x	4.00 m
distanza pilastro dal bordo - y	l_y	1.00 m
	c_{x1}	2.00 m
	c_{y1}	1.00 m
indice	2	

MATERIALI		
calcestruzzo	R_{ck}	30 MPa
	f_{ck}	25 MPa
	γ_c	1.6
	f_{cd}	16 MPa
tensione limite taglio	τ_{rd}	285 kN/m ²
resistenza a trazione cls	f_{ctd}	1140 kN/m ²
acciaio FeB44k	f_{yd}	374 MPa
carico assiale/precompressione	N_{sd}	0 kN
tensione normale media	σ_{cp}	0 kN/m ²

VERIFICA SENZA ARMATURA		
coefficiente tensione	β	1.00
larghezza sezione - x	b_{wx}	4.24 m
larghezza sezione - y	b_{wy}	4.62 m
diametro ferri tesi	ϕ	26 mm
numero ferri tesi	n	23 dir. X
diametro ferri tesi	ϕ	26 mm
numero ferri tesi	n	21 dir. Y
area ferri tesi - x	A_{sx}	0.0122 m ²
area ferri tesi - y	A_{sy}	0.0111 m ²
	ρ_x	0.0024
	ρ_y	0.0024
	ρ	0.0024
carico assiale agente	N_{sd}	7398 kN
pressione terreno	p	0.25 MPa
taglio massimo agente	V_{sd}	2783 kN
coefficiente eccentricità	β	1.40
perimetro critico	u	12 m
taglio agente per unità di lunghezza	v_{sd}	322 kN/m
taglio massimo per elementi non armati	v_{rd1}	400 kN
taglio limite	v_{rd2}	639 kN

pilastro	indice
interno	1
di bordo	2
d'angolo	3

x è parallelo al bordo (caso 2)
y è perpendicolare al bordo (caso 2)

Non è quindi necessario inserire un'armatura per il punzonamento.

3.7.2 Punzonamento per effetto del carico assiale della colonna circolare

Il carico massimo di punzonamento che una colonna circolare induce sul plinto, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 4811 kN.

La tensione sul terreno considerata è la tensione media su tale area, calcolata attraverso il modello 3-D e vale $\sigma_{med} = 0.166$ MPa

		DIMENSIONI		
larghezza (solo per σ_{cp})	b	4.00	m	
altezza - x	h_x	1.20	m	
altezza - y	h_y	1.20	m	
altezza utile - x	d_x	1.08	m	
altezza utile - y	d_y	1.08	m	
altezza utile media	d	1.08	m	
lato pilastro - x	c_x	1.00	m	
lato pilastro - y	c_y	1.00	m	
distanza pilastro dal bordo - x	l_x	4.00	m	
distanza pilastro dal bordo - y	l_y	2.50	m	
	c_{x1}	1.00	m	
	c_{y1}	1.00	m	
indice		1		

		MATERIALI		
calcestruzzo	R_{ck}	30	MPa	
	f_{ck}	25	MPa	
	γ_c	1.6		
	f_{cd}	16	MPa	
tensione limite taglio	τ_{rd}	285	kN/m ²	
resistenza a trazione cls	f_{ctd}	1140	kN/m ²	
acciaio FeB44k	f_{yd}	374	MPa	
carico assiale/precompressione	N_{sd}	0	kN	
tensione normale media	σ_{cp}	0	kN/m ²	

		VERIFICA SENZA ARMATURA		
coefficiente tensione	β	1.00		
larghezza sezione - x	b_{wx}	4.24	m	
larghezza sezione - y	b_{wy}	4.24	m	
diametro ferri tesi	ϕ	26	mm	
numero ferri tesi	n	21	dir. X	
diametro ferri tesi	ϕ	26	mm	
numero ferri tesi	n	21	dir. Y	
area ferri tesi - x	A_{sx}	0.0111	m ²	
area ferri tesi - y	A_{sy}	0.0111	m ²	
	ρ_x	0.0024		
	ρ_y	0.0024		
	ρ	0.0024		
carico assiale agente	N_{sd}	4811	kN	
pressione terreno	p	0.17	MPa	
taglio massimo agente	V_{sd}	2138	kN	
coefficiente eccentricità	β	1.15		
perimetro critico	u	14	m	
taglio agente per unità di lunghezza	v_{sd}	174	kN/m	
taglio massimo per elementi non armati	v_{rd1}	399	kN	VERIFICA
taglio limite	v_{rd2}	639	kN	VERIFICA

pilastro	indice
interno	1
di bordo	2
d'angolo	3

x è parallelo al bordo (caso 2)
y è perpendicolare al bordo (caso 2)

Non è quindi necessario inserire un'armatura per il punzonamento.

3.8.2 Punzonamento per effetto del carico assiale della colonna circolare

Il carico massimo di punzonamento che una colonna circolare induce sul plinto, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 4811 kN.

La tensione sul terreno considerata è la tensione media su tale area, calcolata attraverso il modello 3-D e vale $\sigma_{med} = 0.166$ MPa

DIMENSIONI	
larghezza	b _w 8.00 m
altezza	h 1.20 m
altezza utile	d 1.08 m
indice	1
diámetro pilastro	c 1.00 m
	0.00
distanza pilastro dal bordo - x	l _x 10.00 m
distanza pilastro dal bordo - y	l _y 2.50 m

pilastro	indice
circolare	1
quadrato	2
rettangolare	3

MATERIALI	
calcestruzzo	B (DIN) 25 MPa
acciaio FeB44k	f _{yd} 374 MPa

campo	tensione di taglio max. τ_{02}	limiti per τ_0 [N/mm ²] per la classe di resistenza del calcestruzzo				
		B 15	B 25	B 35	B 45	B 55
1	τ_{011} *	0.15	0.35	0.40	0.50	0.60
1	τ_{011} **	0.35	0.50	0.60	0.70	0.80
2	τ_{02}	1.20	1.80	2.40	2.70	3.00

VERIFICA GEOMETRICA	
1.08	< 2.43

SUSSISTE IL PERICOLO DI PUNZONAMENTO

VERIFICA	
tensione limite taglio	τ_{011} 0.50 MPa
tensione limite taglio	τ_{02} 1.80 MPa
	k ₁ 0.52
carico assiale agente	N _{st} 4811 kN
	d _r 2.08 m
	d _k 3.16 m
area di base cono di punzonamento	F _k 7.84 m ²
pressione del terreno	p 0.17 MPa
carico di punzonamento	Q _R 3478 kN
tensione sollecitante	τ_R 0.49 MPa
diámetro ferri tesi	ϕ 26 mm
numero ferri tesi	n 20 dir. X
diámetro ferri tesi	ϕ 26 mm
numero ferri tesi	n 20 dir. Y
area ferri tesi - x	A _{sx} 0.0106 m ²
area ferri tesi - y	A _{sy} 0.0106 m ²
	τ_{Ram} 0.37 MPa
	$\tau_{Rmax,am}$ 0.97 MPa
	τ_R > τ_{Ram} OCCORRE ARMATURA TRASVERSALE
	τ_R < $\tau_{Rmax,am}$ OK

VERIFICA ARMATURA TRASVERSALE	
sollecitazione	0.75Q _R 2609 kN
diámetro ferri trasversali	ϕ 20 mm
numero ferri trasversali	n 24
area ferri	A _s 0.0075 m ²
resistenza	A _s f _{yd} 2818 kN
	0.75Q _R < A _s f _{yd} OK

In questo caso si rivela necessario inserire un'armatura trasversale contro il punzonamento costituita da 24 staffe $\phi 20$ in corrispondenza del "cono di punzonamento".

3.9 Verifiche a punzonamento secondo il MODEL CODE 98

3.9.1 Punzonamento per effetto del carico assiale del pilastro

Il carico massimo di punzonamento che un pilastro di tipo rettangolare induce sul plinto, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 7398 kN.

La tensione sul terreno considerata è la tensione media su tale area, calcolata attraverso il modello 3-D e vale $\sigma_{mcd} = 0.250$ MPa

DIMENSIONI	
altezza	h 1.20 m
altezza utile	d 1.08 m
lato pilastro - x	c ₁ 1.00 m
lato pilastro - y	c ₂ 2.00 m
distanza pilastro dal bordo - x	l _x 10.00 m
distanza pilastro dal bordo - y	l _y 1.00 m
indice	2

MATERIALI	
calcestruzzo	R _{ck} 30 MPa
	f _{ck} 25 MPa
	f _{cd} 15.56 MPa
	f _{cd2} 8.41 MPa
acciaio	f _{yk} 430 MPa
	f _{ywd} 300 MPa

c ₁ /c ₂	0.5	1	2	3
K	0.45	0.6	0.7	0.8

N.B.: Per pilastri di bordo K si ottiene sostituendo c₁/2c₂ al posto di c₁/c₂

SOLLECITAZIONI	
momento agente	M _{Sd} 1972 kN m
carico assiale agente	F _{Sd} 7398 kN
	c ₁ /c ₂ 0.25
	K 0.225
W ₁ (pilastri rettangolari)	W ₁ 36.58 m ²
perimetro critico	u ₁ 10.78 m
perimetro critico	u* ₁ 9.78 m
tensione sollecitante	τ _{Sd} 0.71 MPa

VERIFICA		
diametro armatura a flessione	φ 26 mm	si considerano le armature a flessione presenti su una larghezza pari alla dimensione del pilastro + 3d per ogni lato (o fino al bordo della piastra se è più vicino)
n° ferri I strato - x	n° 31 (dir. x)	
diametro armatura a flessione	φ 0 mm	
n° ferri II strato - x	n° 0 (dir. x)	
area armatura a flessione - x	A _{sx} 0.0165 m ²	si considerano le armature a flessione presenti su una larghezza pari alla dimensione del pilastro + 3d per ogni lato (o fino al bordo della piastra se è più vicino)
b _y efficace	b _y 6.24 m	
	ρ _x 0.0024	
diametro armatura a flessione	φ 26 mm	
n° ferri I strato - y	n° 37 (dir. y)	si considerano le armature a flessione presenti su una larghezza pari alla dimensione del pilastro + 3d per ogni lato (o fino al bordo della piastra se è più vicino)
diametro armatura a flessione	φ 0 mm	
n° ferri II strato - y	n° 0 (dir. y)	
area armatura a flessione - y	A _{sy} 0.0196 m ²	
b _x efficace	b _x 7.48 m	è necessario armare a taglio
	ρ _y 0.0024	
resistenza	τ _{Rd} 0.31 MPa	
	τ _{Sd} > τ _{Rd}	

TAGLIO MASSIMO ASSOLUTO			
perimetro area caricata	u_0	4.24	m
carico assiale efficace	$F_{Sd,ef}$	7517	kN
	$F_{Sd,ef}/u_0d$	1.64	MPa
	$0.5f_{cd2}$	4.20	MPa
	$F_{Sd,ef}/u_0d$	<	$0.5f_{cd2}$ OK

VERIFICA BASE PILASTRO			
tensione terreno	p	0.25	MPa
reazione terreno - peso plinto	ΔF_{Sd}	2482	kN
carico assiale netto	$F_{Sd,red}$	4916	kN
dist. perimetro controllo-bordo pilastro	a	1.00	m
perimetro critico	u	4.53	m
tensione sollecitante	τ_{Sd}	1.02	MPa
resistenza	τ_{Rd}	0.68	MPa
	τ_{Sd}	>	τ_{Rd} è necessario armare a taglio

VERIFICA ZONA CON ARMATURA A PUNZONAMENTO			
carico assiale efficace	$F_{Sd,ef}$	7529	kN
diametro armatura trasversale	ϕ	20	mm
n° ferri	n°	40	
area armatura a trasversale	A_{sw}	0.0126	m ²
passo	s	0.60	m
inclinazione armatura	α	1.57	rad
resistenza	F_{Rd}	12907	kN
	$F_{Sd,ef}$	<	F_{Rd} OK

VERIFICA ZONA SENZA ARMATURA A PUNZONAMENTO			
carico assiale efficace	$F_{Sd,ef}$	7611	kN
perimetro esterno armatura a taglio	$u_{n,ef}$	33.91	m
$W_{n,ef}$ (pilastri rettangolari)	$W_{n,ef}$	70.67	m ²
resistenza	F_{Rd}	11464	kN
	$F_{Sd,ef}$	<	F_{Rd} OK

ARMATURA TRASVERSALE MINIMA		
$1.5d/sA_{sw}f_{wd}\text{sen}\alpha$	>	$0.03\xi(100\rho f_{ct})1/3u_1d$ OK

In questo caso si rivela necessario inserire un'armatura trasversale contro il punzonamento costituita da 40 staffe $\phi 20$ in corrispondenza del "cono di punzonamento".

3.9.2 Punzonamento per effetto del carico assiale della colonna circolare

Il carico massimo di punzonamento che una colonna circolare induce sul plinto, risultante dalla modellazione 3-D è pari a 4811 kN.

La tensione sul terreno considerata è la tensione media su tale area, calcolata attraverso il modello 3-D e vale $\sigma_{med} = 0.166$ MPa

DIMENSIONI		
altezza	h	1.20 m
altezza utile	d	1.08 m
lato pilastro - x	c ₁	1.00 m
lato pilastro - y	c ₂	1.00 m
distanza pilastro dal bordo - x	l _x	10.00 m
distanza pilastro dal bordo - y	l _y	2.50 m
indice	1	

pilastro	indice
interno	1
di bordo	2
d'angolo	3

x è parallelo al bordo (caso 2)
y è perpendicolare al bordo (caso 2)

MATERIALI		
calcestruzzo	R _{ck}	30 MPa
	f _{ck}	25 MPa
	f _{cd}	15.56 MPa
	f _{cd2}	8.41 MPa
acciaio	f _{yk}	430 MPa
	f _{ywd}	300 MPa

f_{ywdmax} <= 300 MPa

c ₁ /c ₂	0.5	1	2	3
K	0.45	0.6	0.7	0.8

N.B.: Per pilastri di bordo K si ottiene sostituendo c₁/2c₂ al posto di c₁/c₂

SOLLECITAZIONI		
momento agente	M _{Sd}	1972 kN m
carico assiale agente	F _{Sd}	4811 kN
	c ₁ /c ₂	1
	K	0.6
W ₁ (pilastri rettangolari)	W ₁	31.26 m ²
perimetro critico	u ₁	17.56 m
perimetro critico	u* ₁	17.56 m
tensione sollecitante	τ _{Sd}	0.29 MPa

VERIFICA				
diametro armatura a flessione	φ	26 mm	si considerano le armature a flessione presenti su una larghezza pari alla dimensione del pilastro + 3d per ogni lato (o fino al bordo della piastra se è più vicino)	
n° ferri I strato - x	n°	33 (dir. x)		
diametro armatura a flessione	φ	0 mm		
n° ferri II strato - x	n°	0 (dir. x)		
area armatura a flessione - x	A _{sx}	0.0175 m ²		
b _y efficace	b _y	6.74 m		
	ρ _x	0.0024		
diametro armatura a flessione	φ	26 mm	si considerano le armature a flessione presenti su una larghezza pari alla dimensione del pilastro + 3d per ogni lato (o fino al bordo della piastra se è più vicino)	
n° ferri I strato - y	n°	37 (dir. y)		
diametro armatura a flessione	φ	0 mm		
n° ferri II strato - y	n°	0 (dir. y)		
area armatura a flessione - y	A _{sy}	0.0196 m ²		
b _x efficace	b _x	7.48 m		
	ρ _y	0.0024		
resistenza	τ _{Rd}	0.31 MPa		
	τ _{Sd}	<	τ _{Rd}	non è necessario armare a taglio

Non è quindi necessario inserire un'armatura per il punzonamento.

3.10 Verifiche a punzonamento - Confronto dei risultati

Si illustra, mediante la tabella riassuntiva seguente, il confronto tra le armature a punzonamento determinate secondo i vari metodi presi in esame.

Armatura a punzonamento	Pilastro	Colonna circolare
D.M. 09/01/96	nessuna armatura	nessuna armatura
EUROCODICE 2	nessuna armatura	nessuna armatura
Leonhardt	36 Φ 20	24 Φ 20
MODEL CODE 98	40 Φ 20	nessuna armatura

Anche nel caso del punzonamento, applicando i vari metodi, si perviene a risultati differenti. In particolare, laddove applicando il D.M. 09/01/96 e l'EUROCODICE 2, per i carichi, i materiali e la geometria assegnati, non sussiste il pericolo di punzonamento, applicando, invece, il MODEL CODE 98 (nel caso del pilastro, ma non nel caso della colonna circolare) e il Leonhardt (sia nel caso del pilastro che nel caso della colonna circolare) bisogna, al contrario, inserire un'armatura trasversale per garantire la sicurezza nei confronti di tale fenomeno

4 PROGETTO OTTIMALE DELLE ARMATURE

Si illustra, di seguito, il progetto delle armature del solettone e della fondazione. Le tipologie di armatura trasversale adottate sono costituite da ganci.

Conducendo le verifiche a taglio con i metodi di cui ai capitoli 1 e 2 si sono ottenuti risultati illustrati nel capitolo precedente. Le armature a taglio eventualmente disposte determinano i seguenti valori di incidenza acciaio/calcestruzzo.

Armatura a taglio	Solettone di copertura		Plinto di fondazione	
D.M. 14/02/92	nessuna armatura	100.6 kg/mc	nessuna armatura	91.8 kg/mc
EUROCODICE 2	Φ20/60/60	101.1 kg/mc	nessuna armatura	91.8 kg/mc
Leonhardt	Φ20/240/240	100.7 kg/mc	Φ20/240/240	91.8 kg/mc
MODEL CODE 98	Φ20/40/40	101.8 kg/mc	Φ20/50/50	94.7 kg/mc

L'incidenza acciaio/calcestruzzo relativa all'armatura del plinto di fondazione integrata con l'armatura a taglio calcolata secondo il Leonhardt è, comunque, uguale a quella calcolata senza armatura aggiuntiva poiché anche in quest'ultima configurazione è presente un'armatura "costruttiva" costituita da forcelle già di per sé superiore a quella richiesta dal metodo proposto dallo studioso tedesco. Per quanto riguarda l'armatura aggiuntiva relativa al plinto di fondazione calcolata secondo il MODEL CODE 98, per esigenze pratiche si preferisce utilizzare l'armatura costruttiva esistente aumentandone il diametro da Φ16 a Φ20 in prossimità dei pilastri, il che equivale a disporre Φ20/70/40 piuttosto che Φ20/50/50.

Per quanto riguarda, invece, le armature a punzonamento quelle proposte dal Leonhardt, si utilizzano gabbie di staffe oppure "scale" di staffe che si sviluppano secondo circonferenze concentriche, quelle inserite seguendo il MODEL CODE 98 sono, invece costituite da ganci. Le armature a punzonamento eventualmente disposte determinano i seguenti valori di incidenza acciaio/calcestruzzo.

Armatura a punzonamento	Pilastro	Colonna circolare	incidenza acciaio
D.M. 09/01/96	nessuna armatura	nessuna armatura	91.8 kg/mc
EUROCODICE 2	nessuna armatura	nessuna armatura	91.8 kg/mc
Leonhardt	36Φ20	24Φ20	96.9 kg/mc
MODEL CODE 98	40Φ20	nessuna armatura	98.3 kg/mc

Di conseguenza considerando nel plinto di fondazione sia le eventuali armature a taglio che quelle a punzonamento, si ottiene:

	incidenza acciaio
D.M. 09/01/96	91.8 kg/mc
EUROCODICE 2	91.8 kg/mc
Leonhardt	96.9 kg/mc
MODEL CODE 98	101.2 kg/mc

5 CONCLUSIONI

La perplessità di un progettista che si trovi a confrontare gli obblighi nei confronti delle sollecitazioni taglianti imposti dalla normativa basata sulle tensioni ammissibili rispetto a quelli previsti dal metodo degli stati limite non è certamente priva di fondamento. Peraltro, anche restando nell'ambito del metodo semiprobabilistico agli stati limite, l'applicazione delle normative o dei metodi proposti dai diversi autori che si sono occupati della materia non conduce necessariamente ad un risultato univoco.

I modelli su cui si basano i metodi di verifica esaminati si possono ricondurre sostanzialmente al tradizionale modello a "bielle e tiranti" (struts and ties) della scuola tedesca (Ritter-Morsch) e al modello più recente cosiddetto dei "campi di tensione" (stress-fields) proposto dalla scuola danese (Bach, Braestrup, Nielsen).

Discostandosi dal metodo delle tensioni ammissibili, la normativa italiana più recente propone un metodo di verifica mutuato dall'EUROCODICE 2. Quest'ultimo propone sia un metodo ancora basato sul modello a bielle tiranti ("metodo normale") sia un metodo riconducibile al modello dei campi di tensione ("metodo dell'inclinazione variabile del traliccio"). Tale metodo a sua volta è stretto parente dello schema proposto dal MODEL CODE 98. Il Leonhardt, infine, allacciandosi alla norma tedesca DIN 1045 associa il modello di Ritter-Morsch al metodo degli stati limite.

È da notare che il MODEL CODE 98 definisce la resistenza a taglio per piastre prive di armatura trasversale come funzione del prodotto tra la resistenza del calcestruzzo e la percentuale di armatura a flessione, al contrario dell'EUROCODICE 2, in cui la stessa resistenza a taglio è espressa come funzione della somma dei contributi del calcestruzzo e dell'armatura a flessione. Tale formulazione ha come conseguenza che, in un ipotetico caso di piastra priva di armatura a flessione, la resistenza a taglio di cui sopra sarebbe pari a zero applicando il MODEL CODE 98, viceversa sarebbe diversa da zero secondo l'EUROCODICE 2. Essi concordano, invece, su un altro punto sostanziale. Infatti, in entrambe le formulazioni, anche se con leggi differenti e, comunque, entro precisi limiti, la resistenza al taglio è inversamente proporzionale allo spessore della piastra. Ciò è dovuto al fatto che considerando due fessure di uguale apertura angolare per una piastra sottile e per una piastra spessa, la distanza tra le due facce delle fessure sarà maggiore nel caso di piastra spessa, pena una sostanziale diminuzione dell'ingranamento degli inerti che è basilare per la resistenza a taglio degli elementi privi di armatura trasversale.

Circa la restrittività degli approcci esposti, è da sottolineare che, unico caso, il MODEL CODE 98 impone un tetto sia per la tensione massima nel calcestruzzo (pari 50 MPa) sia per la tensione massima delle eventuali armature a taglio (pari a 300 MPa). Riguardo, invece, la disposizione di tali armature, tutte le norme concordano nell'imporre che esse siano "aggrappate" all'armatura tesa per flessione e che siano ben ancorate in zona compressa, senza però obbligare a circondare anche le armature compresse. Tale obbligo è, invece, dichiarato nella sezione del MODEL CODE 98 dedicata ai dettagli costruttivi.

Per quanto riguarda il punzonamento, è pur vero che i tutti i vari metodi definiscono la verifica a punzonamento come una verifica a taglio su una superficie pseudo-cilindrica definita critica situata in corrispondenza della base del solido "punzonato" approssimativamente tronco-conico, tuttavia non c'è concordanza circa la pendenza della superficie laterale di tale tronco di cono e di conseguenza anche circa la distanza della superficie di controllo dall'area caricata nonché circa l'estensione della

superficie stessa (Leonhardt: 30° - 35° per i solettoni e 45° per le fondazioni, EUROCODICE 2: 33.7° , MODEL CODE 98: 25° - 30°). Tra l'altro, in alcuni casi (Leonhardt) si propongono differenze di pendenza a seconda che si tratti di una piastra di copertura o di fondazione, in altri casi tale differenza non è esplicitata. In realtà l'EUROCODICE 2, in apparenza, definisce due superfici di rottura differenti per solettoni e per fondazioni anche se l'angolo che viene specificato per la fondazione (33.7°) determina una superficie critica coincidente con quella relativa al solettone (posta a distanza $1.5d$ dall'area caricata).

Il MODEL CODE 98 si distingue anche nel caso del punzonamento poiché impone esplicitamente di condurre la verifica su più superfici di controllo interne ed esterne al conoide di rottura.

BIBLIOGRAFIA

- [1] AA. VV., “Manuale di Ingegneria Civile”, vol.2. *Zanichelli-ESAC* (2001)
- [2] Comité Euro-International du Béton, “CEB-FIP Model Code 1998”. *Thomas Telford* (1999)
- [3] EuroCodice 2 – “Progettazione delle strutture di calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli Edifici” – UNI ENV 1992-1-1. (1992)
- [4] International Federation for Structural Concrete, “Structural Concrete”. (1999)
- [5] Leonhardt F., “C.A. & C.A.P. Calcolo di Progetto & Tecniche Costruttive”, vol.I, “Le basi del dimensionamento nelle costruzioni in cemento armato”. *Edizioni di Scienza e Tecnica*
- [6] Leonhardt F., “C.A. & C.A.P. Calcolo di Progetto & Tecniche Costruttive”, vol.III, “L’armatura nelle costruzioni in cemento armato – statica – tecnologia – tipologia”. *Edizioni di Scienza e Tecnica*
- [7] Leonhardt F., “C.A. & C.A.P. Calcolo di Progetto & Tecniche Costruttive”, vol.IV, “Verifiche della Funzionalità delle Costruzioni in C.A. & C.A.P.”. *Edizioni di Scienza e Tecnica* (1978)
- [8] Leonhardt F., “C.A. & C.A.P. Calcolo di Progetto & Tecniche Costruttive”, vol.V, “Il Pre-compresso”. *Edizioni di Scienza e Tecnica* (1980)
- [9] Mieterle H., “Zur Bemessung und Bewehrung quadratischer Fundamentplatten aus Stahlbeton“, Diss. Universität Stuttgart (1973)