

Seminario di Studio sul documento CNR-DT200/2004

Napoli, 10 Giugno 2005

Esempi di rinforzo a FLESSIONE con FRP – Stato limite ultimo

Ing. Francesca Ceroni

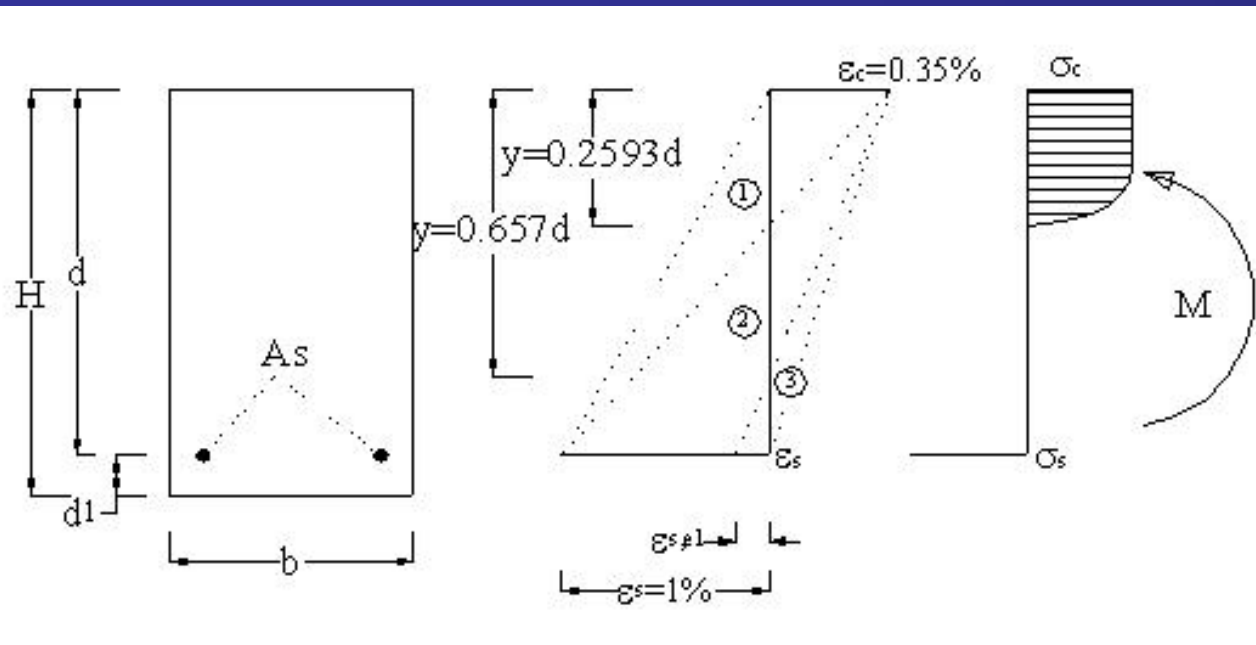
ceroni@unisannio.it



Università degli Studi del Sannio

Esempio 1

1) Sezione in c.a. - Calcolo del momento ultimo



- base trave $b = 30 \text{ cm}$;
- altezza utile $d = 46 \text{ cm}$;
- copriferro 4 cm ;
- calcestruzzo $R_{ck} 250$;
- Area di acciaio in trazione 7.63 cm^2 (Feb44k)

Resistenze materiali

calcestruzzo: $f_{cd} = 0.85 \cdot 0.83 \cdot R_{ck} / 1.6 = 110 \text{ kg/cm}^2$;acciaio: $f_{yd} = 4400 / 1.15 = 3826 \text{ kg/cm}^2$; $E_s = 210000 \text{ MPa}$

Adottando la semplificazione dello stress block le equazioni di equilibrio si scrivono:

$$0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} - A_{s1} \cdot f_{yd} = 0$$



$$0.8 \cdot 30 \cdot y_c \cdot 110 - 7.63 \cdot 3826 = 0$$

$$y_c = 11 \text{ cm}$$

$$M_u = 0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot y_c)$$

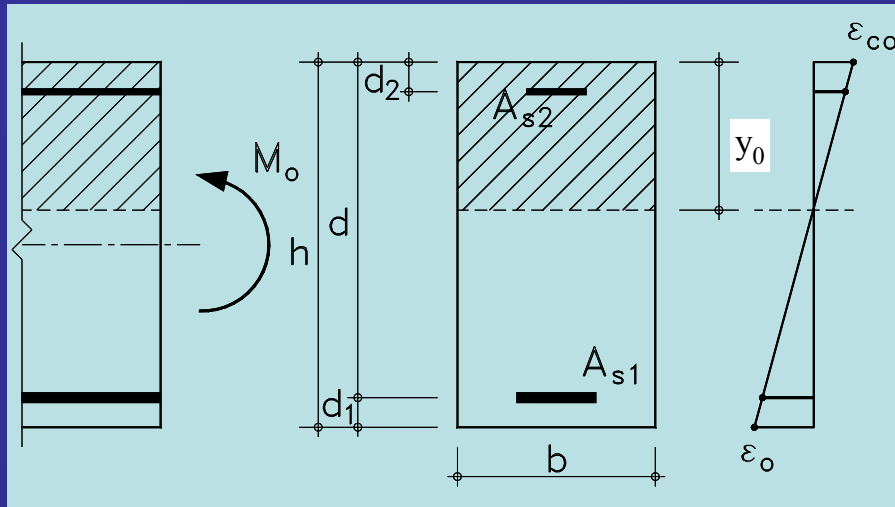


$$M_u = 0.8 \cdot 30 \cdot 11 \cdot 110 \cdot (46 - 0.4 \cdot 11)$$

La differenza con il metodo esatto è trascurabile
La rottura avviene in maniera bilanciata acciaio-cl

$$M_u = 12.1 \text{ tm}$$

2) Sezione in c.a. rinforzata con CFRP applicato su struttura già caricata



- Momento dovuto ai carichi presenti all'atto dell'applicazione del rinforzo:

$$M_o = 4.5 \text{ tm}$$

- Momento ultimo della sezione non rinforzata:

$$M_u = 12.1 \text{ tm}$$

- Momento richiesto:

$$M_{sD} = 14 \text{ tm}$$

- Calcolo dello stato tensionale iniziale

Calcolo posizione asse neutro: $S_n = by_o \frac{y_o}{2} + nA_{s2}(y_o - d_2) - nA_{s1}(d - y_o) = 0$ $y_o = 15.2 \text{ cm}$

Calcolo Inerzia: $I_{co} = \frac{1}{3}by_o^3 + nA_{s2}(y_o - d_2)^2 + nA_{s1}(d - y_o)^2$ $I_{co} = 141933 \text{ cm}^4$

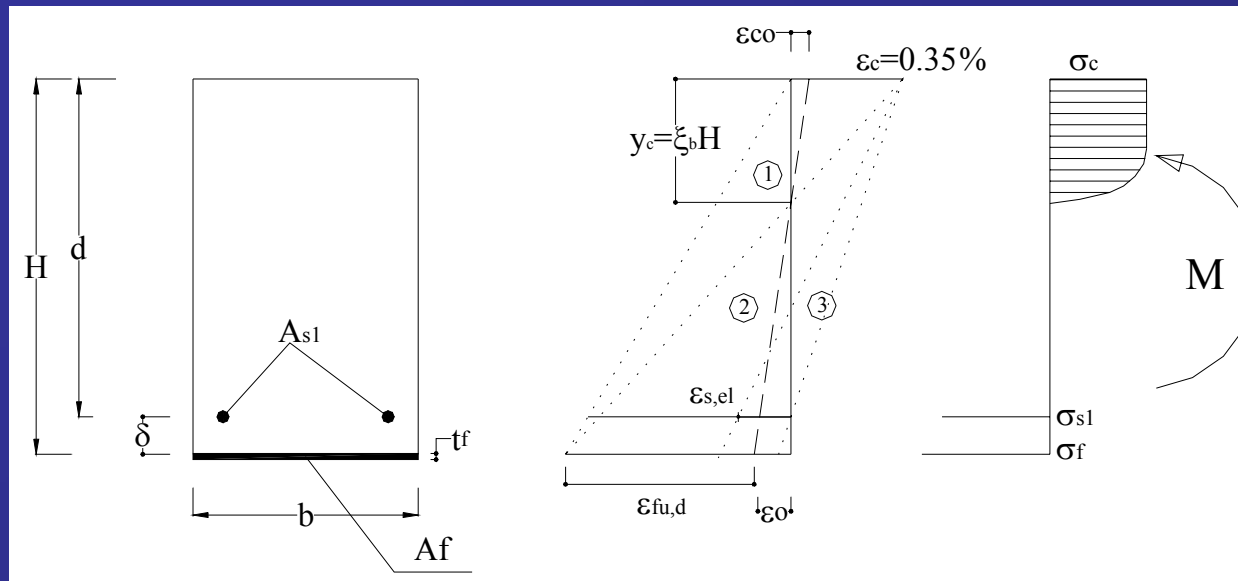
Deformazione cls compresso:

$$\epsilon_{co} = \frac{M_o y_o}{E_c I_{co}} = 0.000162$$

Deformazione lembo teso:

$$\epsilon_o = \epsilon_{co} \frac{h - y_o}{y_o} = 0.00328$$

3) Sezione in c.a. rinforzata con CFRP applicato su struttura già caricata



Calcolo della
massima tensione
nella lamina

$$\epsilon_o = 0.00328$$

- spessore FRP: 0.0164cm; larghezza FRP: 30cm;
- tensione caratteristica di rottura: $f_{f,uk} = 4900 \text{ MPa}$
- modulo elastico: $E_f = 240000 \text{ MPa}$, $\epsilon_{f,uk} = 0.0204$

$$\epsilon_{fd} = \min \left(\eta_a \frac{\epsilon_{fu}}{\gamma_f}, \epsilon_{f,max} \right)$$

$$\epsilon_{fd} = \min (0.0155, \epsilon_{f,max})$$

Condizione di esposizione	Tipo di fibra / resina	Fattore di conversione ambientale, η_a
Esposizione interna	Carbonio / Epossidica	0.95
	Vetro / Epossidica	0.75
Esposizione esterna (ponti, colonne e parcheggi)	Carbonio / Epossidica	0.75
	Vetro / Epossidica	0.75
Ambiente aggressivo (centrali chimiche e centrali di trattamento delle acque)	Carbonio / Epossidica	0.75
	Vetro / Epossidica	0.75

Modalità di collasso	Coefficiente parziale	Applicazione tipo A ⁽¹⁾	Applicazione tipo B ⁽²⁾
Rottura	γ_f	1.10	1.25
Delaminazione	$\gamma_{f,d}$	1.20	1.50

⁽¹⁾ Applicazione di sistemi di rinforzo prefabbricati in condizione di controllo di qualità ordinario; applicazione di tessuti a mano in cui siano stati presi tutti i necessari accorgimenti per conseguire un elevato controllo di qualità sulle condizioni e sul processo di applicazione.

⁽²⁾ Applicazione di tessuti a mano in condizione di controllo di qualità ordinario; applicazione di qualsiasi sistema di rinforzo in condizioni di difficoltà ambientale o operativa.

4) Sezione in c.a. rinforzata con CFRP applicato su struttura già caricata

Calcolo della deformazione massima nella lamina per delaminazione intermedia

$$\varepsilon_{f,max} = k_{cr} \cdot \frac{f_{fdd}}{E_f}$$

Massima tensione per crisi per delaminazione di estremità

3

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/b_o}} = \sqrt{\frac{2 - 300/300}{1 + 300/400}} = 0.76 < 1$$

Si assume $k_b=1$

$$f_{ck} = 0.83 R_{ck} = 0.83 \cdot 25 = 20.7 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} = 2.3 \text{ MPa}$$

$$\Gamma_{Fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}} = 0.03 \cdot 1 \cdot \sqrt{20.7 \cdot 2.26} = 0.206$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fk}}{t_f}} = \frac{1}{1.5 \cdot \sqrt{1.6}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 240000 \cdot 0.206}{0.164}} = 409 \text{ MPa}$$

Coeff. Sicur. X crisi delaminazione

$$\varepsilon_{f,max} = k_{cr} \cdot \frac{f_{fdd}}{E_f} = 3 \cdot \frac{409}{240000} = 0.005$$

La deformazione massima da assumere nel progetto è quindi pari a 0.005

5) Sezione in c.a. rinforzata con CFRP applicato su struttura già caricata

Calcolo del momento ultimo

$$0 = 0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} - A_{s1} \cdot f_{yd} - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \quad \text{Equilibrio traslazione}$$

Ipotizzando che la zona di rottura sia la 1 e che la lamina sia alla deformazione ultima: $\varepsilon_f = \varepsilon_{fu} = 0.005$

$$0 = 0.8 \cdot 30 \cdot y_c \cdot 110 - 7.63 \cdot 3826 - 0.492 \cdot 0.005 \cdot 2400000 \quad \longrightarrow \quad y_c = 13.2 \text{ cm}$$

le deformazioni nel calcestruzzo e l'acciaio teso si calcolano:

$$\varepsilon_c = (\varepsilon_{fu} + \varepsilon_o) \cdot \frac{y_c}{(H - y_c)} = (0.005 + 0.000328) \cdot \frac{13.2}{(50 - 13.2)} = 0.0018 < 0.0035$$

$$\varepsilon_{s1} = (\varepsilon_{fu} + \varepsilon_o) \cdot \frac{d - y_c}{(H - y_c)} = (0.005 + 0.000328) \cdot \frac{46 - 13.2}{(50 - 13.2)} = 0.0046 > \varepsilon_{sy}$$

$$M_u = \psi \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot y_c) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot d_1$$

$$M_u = 0.8 \cdot 30 \cdot 13.2 \cdot 110 \cdot (46 - 0.416 \cdot 13.2) - 0.492 \cdot 0.005 \cdot 2400000 \cdot 4 = 14.6 \text{ tm}$$

+17 %

6) Verifica dell'ancoraggio per rinforzo con 1 strato di CFRP

- Calcolo della lunghezza di trasferimento

$$L_{t,max} = \sqrt{E_f t_f / (f_{ctm} \cdot c_2)} = \sqrt{240000 \cdot 0.164 / (2.3 \cdot 2)} = 92\text{mm}$$

- Coefficiente di forma

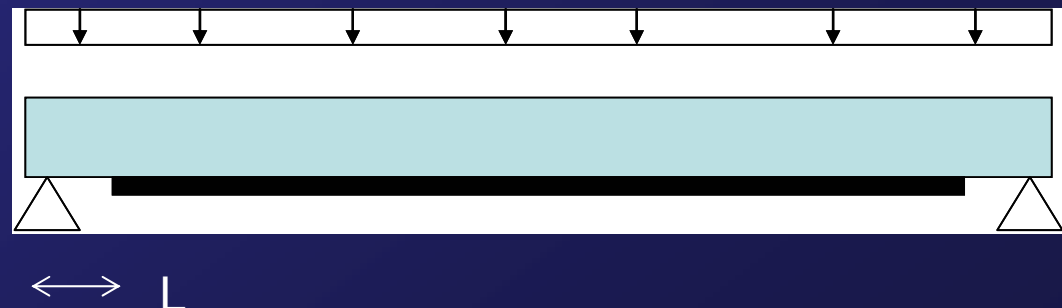
$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f / b}{1 + b_f / b_o}} = \sqrt{\frac{2 - 300 / 300}{1 + 300 / 400}} = 0.76 < 1$$

- Tensione di delaminazione

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fk}}{t_f}} = \frac{1}{1.5 \cdot \sqrt{1.6}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 240000 \cdot 0.206}{0.164}} = 409\text{MPa}$$

Per calcolare la distanza dall'appoggio, x_{max} , dove la lamina può terminare si uguaglia la tensione di delaminazione alla tensione corrispondente al momento agente nella sezione x_{max} , calcolata con la formula di Navier

$$\sigma_{f,max} = \frac{n_f \cdot (H - y_c) \cdot M}{I_2} = 409\text{MPa}$$



$$\sigma_{f,\max} = \frac{n_f \cdot (H - y_c) \cdot M}{I_2} = 409 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow M = 109 \text{ kN m}$$

Inerzia della sezione fessurata rinforzata = $I_2 = 1.53 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$

Coefficiente di omogeneizzazione

lamina-clc: $n_f = E_s / E_c = 2 \times 240000 / 28460 = 17$

- Il momento nella sezione a distanza x_{\max} dipende dallo schema di carico: in ipotesi di trave appoggiata – appoggiata con carico distribuito $q = 32 \text{ kN/m}$ e lunghezza $L = 6 \text{ m}$, si ottiene

$$M(x_{\max}) = -\frac{qx_{\max}^2}{2} + \frac{q\ell}{2}x_{\max} = 109 \text{ kNm}$$

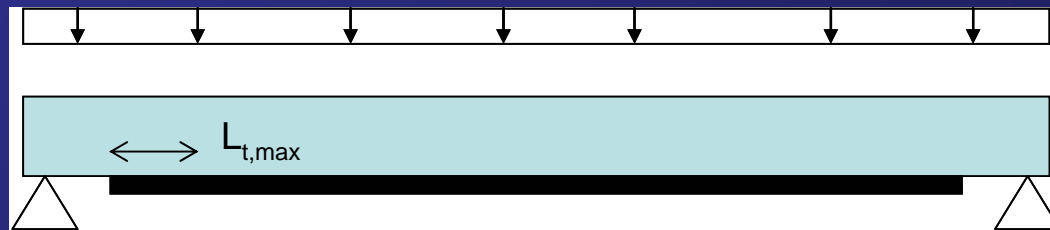
$$\Rightarrow x_{\max} = 1.54 \text{ m}$$

$$M_{\max} = \frac{q \cdot l^2}{8} = 144 \text{ kNm} = 14.4 \text{ tm}$$

= momento ultimo sezione rinforzata

$$x_{\max} = L + L_{t,\max} = 1.54 \text{ m}$$

$$1.54 = L + 0.092 \text{ m}$$



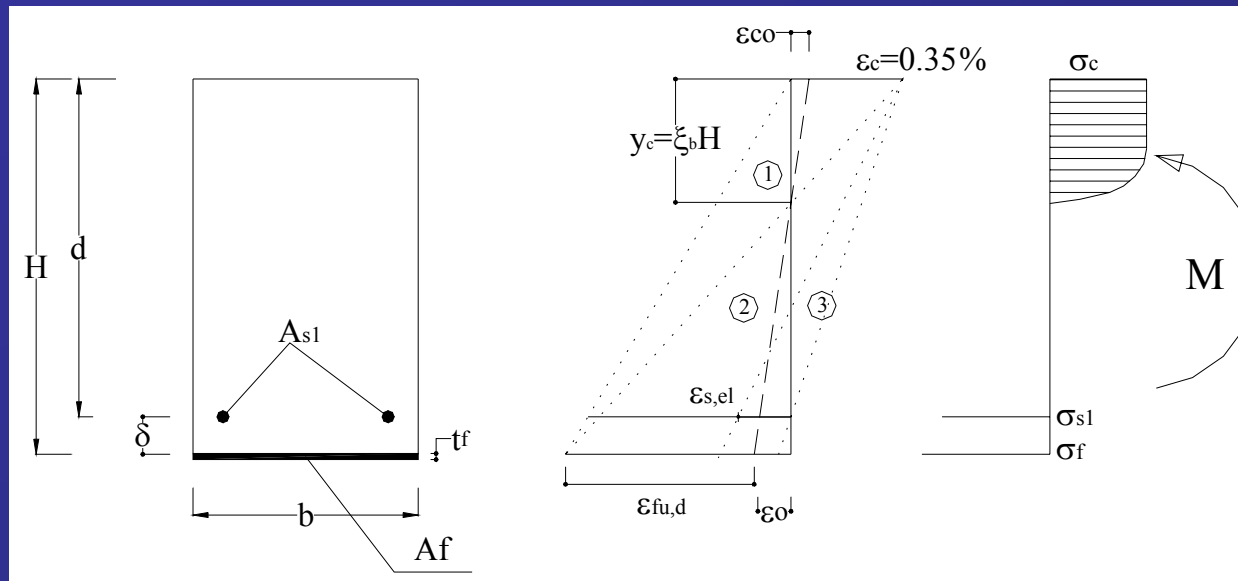
Distanza di ancoraggio:

$$L \approx 1.45 \text{ m}$$

$\longleftrightarrow L$

Esempio 2

1) Sezione in c.a. rinforzata con 2 strati di CFRP



Calcolo della massima tensione nella lamina

- spessore FRP: $2 \times 0.0164\text{cm}$; larghezza FRP: 30cm ;
- tensione caratteristica di rottura: $f_{f,uk} = 4900\text{ MPa}$
- modulo elastico: $E_f = 240000\text{ MPa}$, $\varepsilon_{f,uk} = 0.0204$

$$\varepsilon_{fd} = \min \left(\eta_a \frac{\varepsilon_{fu}}{\gamma_f}, \varepsilon_{f,max} \right)$$

$$\varepsilon_{fd} = \min (0.0155, \varepsilon_{f,max})$$

Condizione di esposizione	Tipo di fibra / resina	Fattore di conversione ambientale, η_a
Esposizione interna	Carbonio / Epossidica	0.95
	Vetro / Epossidica	0.75
Esposizione esterna (ponti, colonne e parcheggi)	Carbonio	0.75
	Vetro / Epossidica	0.75
Ambiente aggressivo (centrali chimiche e centrali di trattamento delle acque)	Carbonio	0.75
	Vetro / Epossidica	0.75

Modalità di collasso	Coefficiente parziale	Applicazione tipo A ⁽¹⁾	Applicazione tipo B ⁽²⁾
Rottura	γ_f	1.10	1.25
Delaminazione	$\gamma_{f,d}$	1.20	1.50

⁽¹⁾ Applicazione di sistemi di rinforzo prefabbricati in condizione di controllo di qualità ordinario; applicazione di tessuti a mano in cui siano stati presi tutti i necessari accorgimenti per conseguire un elevato controllo di qualità sulle condizioni e sul processo di applicazione.

⁽²⁾ Applicazione di tessuti a mano in condizione di controllo di qualità ordinario; applicazione di qualsiasi sistema di rinforzo in condizioni di difficoltà ambientale o operativa.

2) Sezione in c.a. rinforzata con 2 strati di CFRP

Calcolo della deformazione massima nella lamina per delaminazione intermedia

$$\varepsilon_{f,max} = k_{cr} \cdot \frac{f_{fdd}}{E_f}$$

Massima tensione per crisi per delaminazione di estremità

3

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/b_o}} = \sqrt{\frac{2 - 300/300}{1 + 300/400}} = 0.76$$

Si assume $k_b=1$

$$f_{ck} = 0.83 R_{ck} = 0.83 \cdot 25 = 20.7 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} = 2.3 \text{ MPa}$$

$$\Gamma_{Fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}} = 0.03 \cdot 1 \cdot \sqrt{20.7 \cdot 2.26} = 0.206$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fk}}{t_f}} = \frac{1}{1.5 \cdot \sqrt{1.6}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 240000 \cdot 0.206}{2 \cdot 0.164}} = 289 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{f,max} = k_{cr} \cdot \frac{f_{fdd}}{E_f} = 3 \cdot \frac{289}{240000} = 0.0036$$

La deformazione massima da assumere nel progetto è quindi pari a 0.0036

3) Sezione in c.a. rinforzata con 2 strati di CFRP

Calcolo del momento ultimo

$$0 = 0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} - A_{s1} \cdot f_{yd} - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \quad \text{Equilibrio traslazione}$$

Ipotizzando che la zona di rottura sia la 1 e che la lamina sia alla deformazione ultima: $\varepsilon_f = \varepsilon_{fu} = 0.0036$

$$0 = 0.8 \cdot 30 \cdot y_c \cdot 110 - 7.63 \cdot 3826 - 0.984 \cdot 0.0036 \cdot 2400000 \quad \longrightarrow \quad y_c = 14.3 \text{ cm}$$

le deformazioni nel calcestruzzo e l'acciaio teso si calcolano:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{fu} \cdot \frac{y_c}{(H - y_c)} = 0.0036 \cdot \frac{14.3}{(50 - 14.3)} = 0.0014 < 0.0035$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{fu} \cdot \frac{d - y_c}{(H - y_c)} = 0.0036 \cdot \frac{46 - 14.3}{(50 - 14.3)} = 0.0032 > \varepsilon_{sy}$$

$$M_u = \psi \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot y_c) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot d_1$$

$$M_u = 0.8 \cdot 30 \cdot 14.3 \cdot 110 \cdot (46 - 0.416 \cdot 14.3) - 0.984 \cdot 0.0036 \cdot 2400000 \cdot 4 = 15.5 \text{ tm}$$

+25 %

4) Verifica dell'ancoraggio per rinforzo con due strati di CFRP

- Calcolo della lunghezza di trasferimento

$$L_{t,max} = \sqrt{E_f t_f / (f_{ctm} \cdot c_2)} : \sqrt{240000 \cdot 2 \cdot 0.164 / (2.3 \cdot 2)} = 132 \text{ mm}$$

- Coefficiente di forma

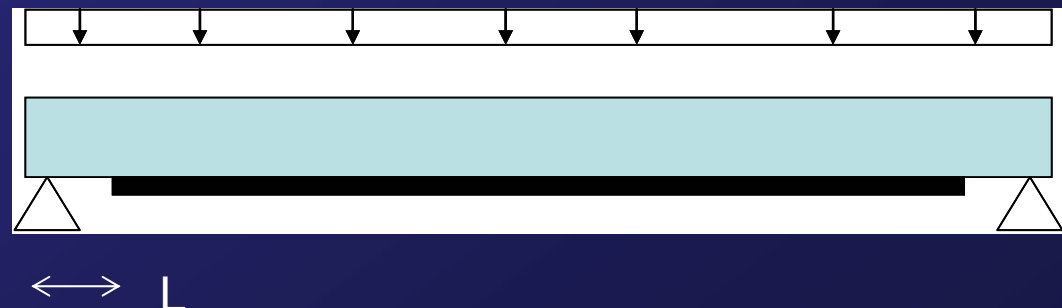
$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f / b}{1 + b_f / b_o}} = \sqrt{\frac{2 - 300 / 300}{1 + 300 / 400}} = 0.76 < 1$$

- Tensione di delaminazione

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot I_{Fk}}{t_f}} = \frac{1}{1.5 \cdot \sqrt{1.6}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 240000 \cdot 0.206}{2 \cdot 0.164}} = 289 \text{ MPa}$$

Per calcolare la distanza dall'appoggio, x_{max} , dove la lamina può terminare si uguaglia la tensione di delaminazione alla tensione corrispondente al momento agente nella sezione x_{max} , calcolata con la formula di Navier

$$\sigma_{f,max} = \frac{n_f \cdot (H - y_c) \cdot M}{I_2} = 289 \text{ MPa}$$



$$\sigma_{f,max} = \frac{n_f \cdot (H - y_c) \cdot M}{I_2} = 289 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow M = 83 \text{ kN m}$$

Inerzia della sezione fessurata rinforzata = $I_2 = 1.63 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$

Coefficiente di omogeneizzazione

lamina-clc: $n_f = E_s / E_c = 2 \times 240000 / 28460 = 17$

- Il momento nella sezione a distanza x_{max} dipende dallo schema di carico: in ipotesi di trave appoggiata – appoggiata con carico distribuito $q = 34 \text{ kN/m}$ e lunghezza $L = 6 \text{ m}$, si ottiene

$$M(x_{max}) = -\frac{qx_{max}^2}{2} + \frac{q\ell}{2}x_{max} = 83 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow x_{max} = 0.972 \text{ m}$$

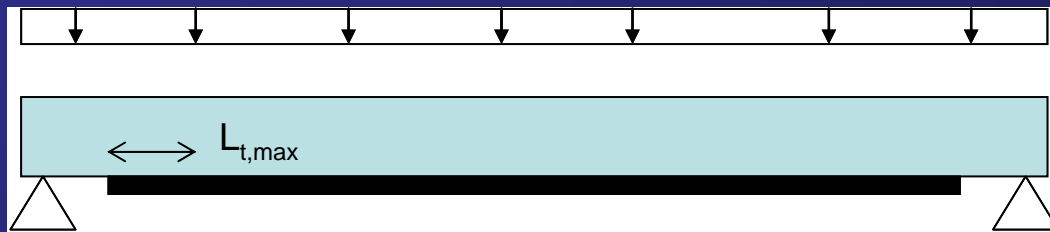
$$M_{max} = \frac{q \cdot l^2}{8} = 153 \text{ kNm} = 15.3 \text{ tm}$$

= momento ultimo sezione rinforzata

$$x_{max} = L + L_{t,max} = 0.972 \text{ m}$$

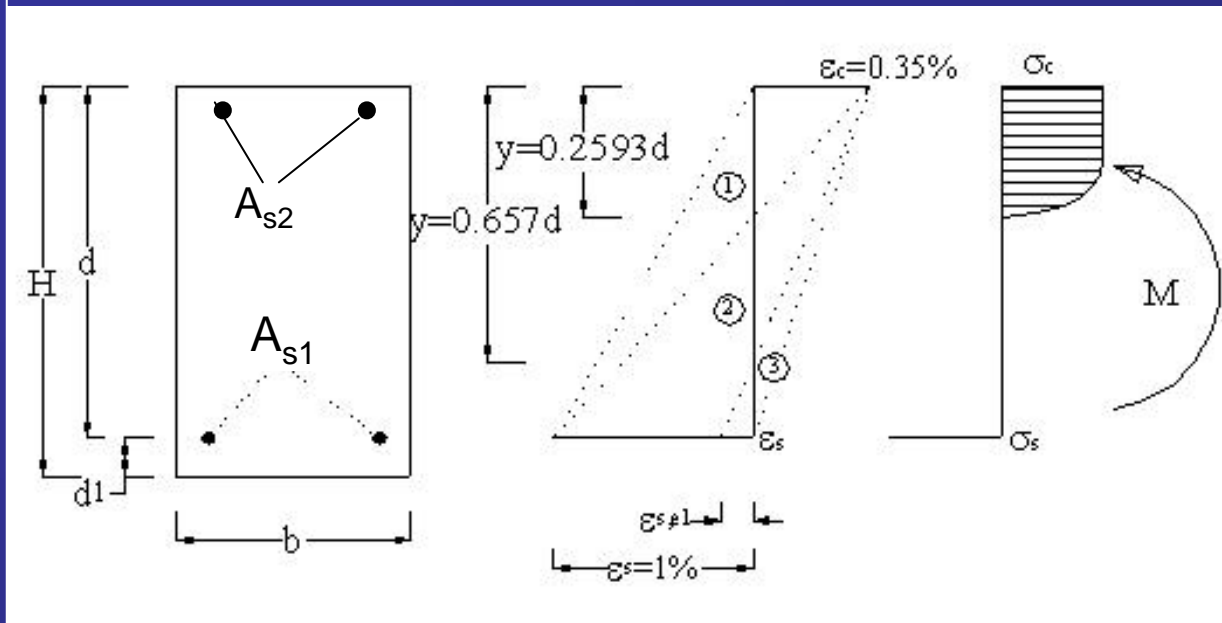
$$0.972 = L + 0.132 \text{ m}$$

Distanza di ancoraggio:
 $L = 0.84 \text{ m}$



Esempio 3

1) Sezione in c.a. inflessa a doppia armatura



- base trave $b = 30$ cm;
- altezza utile $d = 46$ cm;
- copriferro 4 cm;
- calcestruzzo $R_{ck} 250$;
- Area di acciaio (Feb44k):
trazione $A_{s1} = 7.63$ cm²
compres. $A_{s2} = 4.02$ cm²

Resistenze materiali

calcestruzzo: $f_{cd} = 0.85 \cdot 0.83 \cdot R_{ck} / 1.6 = 110$ kg/cm²;acciaio: $f_{yd} = 4400 / 1.15 = 3826$ kg/cm²; $E_s = 210000$ MPa

Adottando la semplificazione dello stress block le equazioni di equilibrio si scrivono:

$$0.8 \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \epsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot f_{yd} = 0$$

In ipotesi di
zona 1

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{s1} \cdot \frac{y_c - d_2}{(d - y_c)} = 0.01 \cdot \frac{y_c - 4}{(46 - y_c)}$$

$$0.8 \cdot 30 \cdot y_c \cdot 110 + 4.02 \cdot \epsilon_{s2} \cdot 210000 - 7.63 \cdot 3836 = 0$$



$$y_c = 7.9 \text{ cm}$$

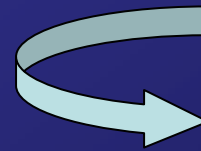
$$\varepsilon_{s2} = 0.01 \cdot \frac{7.9 - 4}{(46 - 7.9)} = 0.001 < \varepsilon_{yd}$$

$$\varepsilon_c = 0.01 \cdot \frac{7.9}{(46 - 7.9)} = 0.002$$

$$M_u = 0.8 \cdot y_c \cdot b \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot y_c) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2)$$

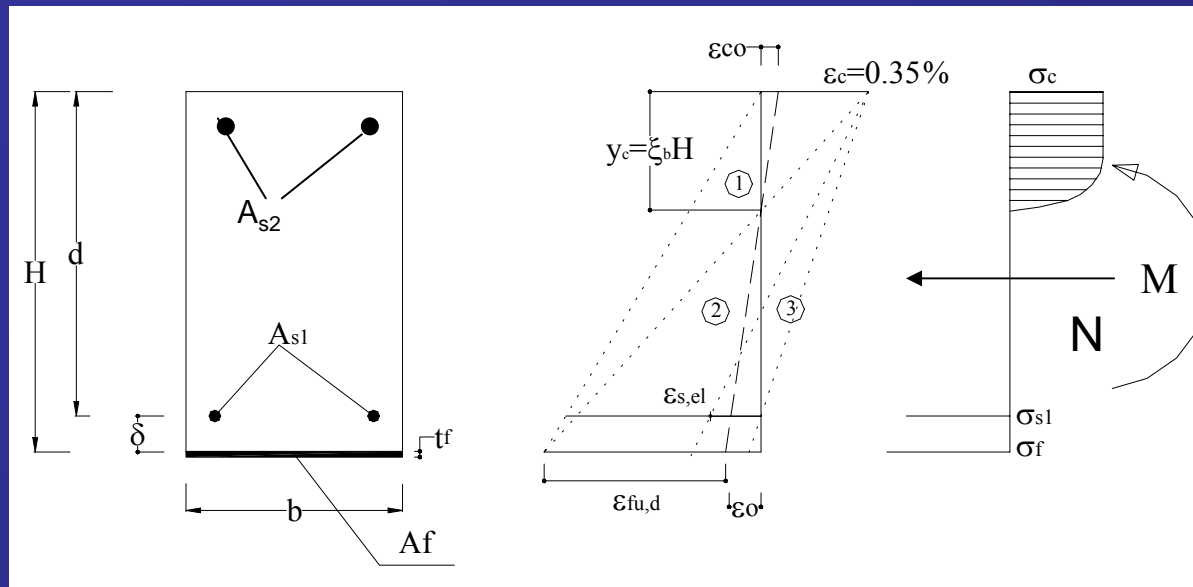
$$M_u = 0.8 \cdot 7.9 \cdot 30 \cdot 110 \cdot (46 - 0.4 \cdot 7.9) + 4.02 \cdot 0.001 \cdot 2100000 \cdot (46 - 4)$$

La rottura avviene lato acciaio



$$M_u = 12.4 \text{ tm}$$

2) Sezione in c.a. inflessa a doppia armatura rinforzata con 1 strato di CFRP



- base trave $b = 30$ cm;
- altezza utile $d = 46$ cm;
- copriferro 4 cm;
- calcestruzzo $R_{ck} 250$;
- Area di acciaio (Feb44k):
trazione $A_{s1} = 7.63$ cm²
compres. $A_{s2} = 4.02$ cm²

- spessore FRP: 0.0164cm; larghezza FRP: 30cm;
- tensione caratteristica di rottura: $f_{f,uk} = 4900$ MPa
- modulo elastico: $E_f = 240000$ MPa, $\epsilon_{f,uk} = 0.0204$

$$\epsilon_{fd} = \min \left(\eta_a \frac{\epsilon_{fu}}{\gamma_f}, \epsilon_{f,max} \right)$$

$$\epsilon_{fd} = \min (0.0155, 0.005)$$

3) Sezione in c.a. inflessa a doppia armatura rinforzata con 1 strato di CFRP

Calcolo del momento ultimo

$$\psi \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot f_{yd} - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f = 0 \quad \text{Equilibrio traslazione}$$

Ipotizzando che la zona di rottura sia la 1 e che la lamina sia alla deformazione ultima: $\varepsilon_f = \varepsilon_{fu} = 0.005$

$$\varepsilon_c = 0.005 \cdot \frac{y_c}{(50 - y_c)}$$

$$\varepsilon_{s1} = 0.005 \cdot \frac{46 - y_c}{(50 - y_c)}$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.005 \cdot \frac{y_c - 4}{(50 - y_c)}$$

$$0.8 \cdot 30 \cdot y_c \cdot 110 + 4.02 \cdot 0.005 \cdot \frac{y_c - 4}{(50 - y_c)} \cdot 2100000 - 7.63 \cdot 3826 - 0.492 \cdot 0.005 \cdot 2400000 = 0$$

$$\varepsilon_{s1} = 0.0046 > \varepsilon_{sy} \quad \varepsilon_{s2} = 0.0008 < \varepsilon_{sy}$$

$$y_c = 10.3 \text{ cm}$$

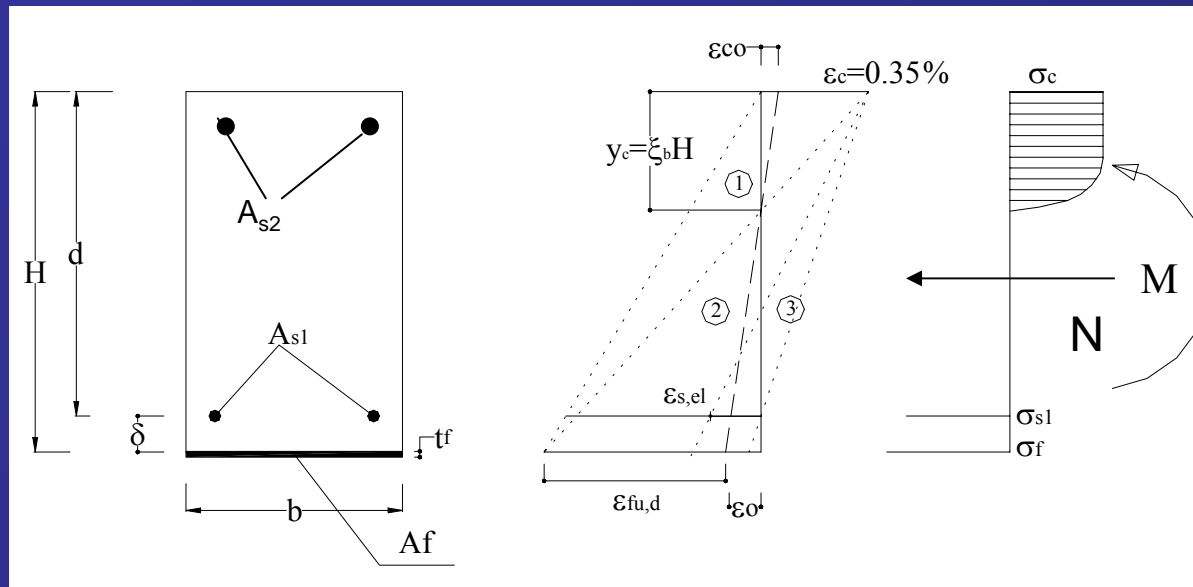
$$M_u = \psi \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot y_c) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - d_2) + A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot d_1$$

$$M_u = 0.8 \cdot 30 \cdot 10.3 \cdot 110 \cdot (46 - 0.4 \cdot 10.3) + 4.02 \cdot 0.0008 \cdot 2100000 \cdot (46 - 4) - 0.492 \cdot 0.005 \cdot 2400000 \cdot 4$$

$$M_u = 15.1 \text{ tm}$$

Esempio 4

1) Sezione in c.a. presso-inflessa rinforzata con 1 strato di CFRP



- base trave $b = 30$ cm;
- altezza utile $d = 46$ cm;
- copriferro 4 cm;
- calcestruzzo $R_{ck} 250$;
- Area di acciaio (Feb44k):
trazione $A_{s1} = 7.63$ cm²
compres. $A_{s2} = 4.02$ cm²

$N = 20t$

- spessore FRP: 0.0164cm; larghezza FRP: 30cm;
- tensione caratteristica di rottura: $f_{f,uk} = 4900$ MPa
- modulo elastico: $E_f = 240000$ MPa, $\epsilon_{f,uk} = 0.0204$

$$\epsilon_{fd} = \min \left(\eta_a \frac{\epsilon_{fu}}{\gamma_f}, \epsilon_{f,max} \right)$$

$$\epsilon_{fd} = \min (0.0155, 0.005)$$

2) Sezione in c.a. presso-inflessa rinforzata con 1 strato di CFRP

Calcolo del momento ultimo

$$\psi \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s - A_{s1} \cdot f_{yd} - A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f = N \quad \text{Equilibrio traslazione}$$

Ipotizzando che la zona di rottura sia la 1 e che la lamina sia alla deformazione ultima: $\varepsilon_f = \varepsilon_{fu} = 0.005$

$$\varepsilon_c = 0.005 \cdot \frac{y_c}{(50 - y_c)}$$

$$\varepsilon_{s1} = 0.005 \cdot \frac{46 - y_c}{(50 - y_c)}$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.005 \cdot \frac{y_c - 4}{(50 - y_c)}$$

$$20000 = 0.8 \cdot 30 \cdot y_c \cdot 110 + 4.02 \cdot 0.005 \cdot \frac{y_c - 4}{(50 - y_c)} \cdot 2100000 - 7.63 \cdot 3826 - 0.492 \cdot 0.005 \cdot 2400000$$

$$\varepsilon_c = 0.0022 \quad \varepsilon_{s1} = 0.0045 > \varepsilon_{sy} \quad \varepsilon_{s2} = 0.0017 < \varepsilon_{sy}$$

$$y_c = 15.5 \text{ cm}$$

$$M_u = \psi \cdot b \cdot y_c \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot y_c) + A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s \cdot (d - c) + A_f \cdot \varepsilon_f \cdot E_f \cdot c - N \cdot (0.5H - c)$$

$$M_u = 0.8 \cdot 30 \cdot 15.5 \cdot 110 \cdot (46 - 0.4 \cdot 15.5) + 4.02 \cdot 0.0017 \cdot 2100000 \cdot (46 - 4) - 0.492 \cdot 0.005 \cdot 2400000 \cdot 4 - 20000 \cdot (0.5 \cdot 50 - 4)$$

$$M_u = 18.5 \text{ tm}$$

Sintesi

1. Sezione in c.a. a semplice armatura

$M_u = 12.1 \text{ tm}$

2. Sezione in c.a. a semplice armatura con 1 strato CFRP

$M_u = 14.6 \text{ tm}$

3. Sezione in c.a. a semplice armatura con 2 strati CFRP

$M_u = 15.5 \text{ tm}$

4. Sezione in c.a. a doppia armatura

$M_u = 12.4 \text{ tm}$

5. Sezione in c.a. a doppia armatura con 1 strato CFRP

$M_u = 15.1 \text{ tm}$

6. Sezione in c.a. a doppia armatura con 1 strato CFRP pressoinflessa

$M_u = 18.5 \text{ tm}$

Seminario di Studio sul documento CNR-DT200/2004

Napoli, 10 Giugno 2005

Esempio di rinforzo a TAGLIO con FRP

Ing. Andrea Prota

aprota@unina.it



Università degli Studi di Napoli Federico II

Sezione in c.a. - Calcolo del taglio ultimo

- base trave $b = 30 \text{ cm}$;
- altezza utile $d = 46 \text{ cm}$;
- copriferro 4 cm ;
- calcestruzzo $R_{ck} 250$;
- Area di acciaio in trazione 8.04 cm^2 (Feb44k)
- Area di acciaio in compressione 4.02 cm^2 (Feb44k)

Staffe: $\phi 8$ disposte con passo 20 cm ($A_f = 1 \text{ cm}^2$)

calcestruzzo: $f_{cd} = 0.85 \cdot 0.83 \cdot R_{ck} / 1.6 = 110 \text{ kg/cm}^2$;

acciaio: $f_{yd} = 4400 / 1.15 = 3826 \text{ kg/cm}^2$; $E_s = 2100000 \text{ Kg/cm}^2$

$$V_{Rd} = \min \{ V_{Rd,ct} + V_{Rd,s} + V_{Rd,f}, V_{Rd,max} \}$$

contributo dei meccanismi resistenti del calcestruzzo

Contributo dell'armatura trasversale in acciaio, da valutarsi in accordo con la Normativa vigente

è la resistenza della biella compressa di calcestruzzo, da valutarsi in accordo con la Normativa vigente

contributo del rinforzo in FRP, da valutarsi come indicato nelle istruzioni

$$V_{Rd,max} = 0.3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0.9 \cdot d = 0.3 \cdot 110 \cdot 30 \cdot 0.9 \cdot 46 = 410 \text{ kN}$$

Bielle compresse cls

$$V_{Rd,ct} = 0.6 \cdot b \cdot d \cdot f_{ct,d} \cdot \delta = 0.6 \cdot 30 \cdot 46 \cdot 10 \cdot 1 = 83 \text{ kN}$$

Meccanismi resistenti cls

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0.3 \cdot 20.7^{2/3} = 2.3 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,0.05} = 0.7 \cdot f_{ctm} = 0.7 \cdot 2.3 = 1.6 \text{ MPa}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,0.05} / \gamma_c = 1.6 / 1.6 = 1 \text{ MPa}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{fw}}{p} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{ywd} = \frac{1}{20} \cdot 0.9 \cdot 46 \cdot 382.6 = 79 \text{ kN}$$

Contributo staffe

Il taglio ultimo della sezione in c.a. è pari a:

$$V_{rd} = \min(V_{rd,ct} + V_{rd,s}, V_{rd,max}) = 162 \text{ kN}$$

83 kN

79 kN

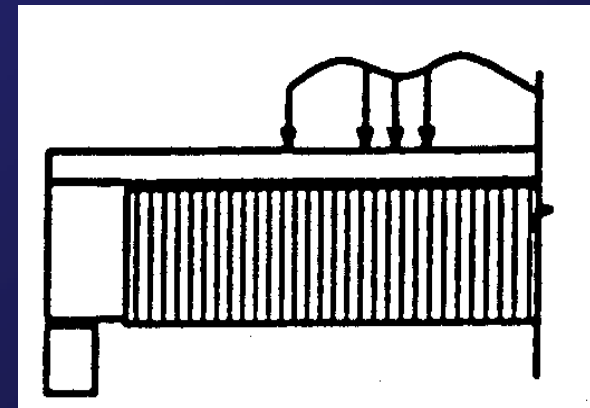
410 kN

Si richiede che la sezione porti un taglio ultimo pari a 270 kN

Si progetta un intervento di rinforzo a taglio con fibre di carbonio aventi le seguenti proprietà:

- spessore FRP: 0.0164cm
- tensione caratteristica di rottura: $f_{f,uk} = 3500 \text{ MPa}$
- modulo elastico: $E_f = 230000 \text{ MPa}$, $\varepsilon_{f,uk} = 0.015$

Rinforzo secondo avvolgimento
ad 'U' con fibre continue



Il rinforzo a taglio è realizzato con fibre continue disposte perpendicolarmente all'asse della trave ($\beta=90^\circ$) secondo lo schema U-jacket

$$\beta=90^\circ \rightarrow \sin\beta=1 \quad \theta=45^\circ \rightarrow \cotg\theta=1$$

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9d \cdot f_{fed} \cdot 2t_f \cdot \frac{\cot\theta + \cot\beta}{\sin(\theta + \beta)} \cdot \frac{w_f}{p_f} = 0.9d \cdot f_{fed} \cdot 2t_f \cdot \frac{w_f}{p_f} / \gamma_{Rd}$$

1 1.2

La tensione efficace nelle fibre si calcola:

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \frac{l_e \sin\beta}{\min\{0.9d, h_w\}} \right]$$

Tensione di delaminazione

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fk}}{t_f}}$$

1.5 1.6

$$\Gamma_{Fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}}$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b}{1 + b_f/400}} = 0.7 < 1$$

Avendo assunto

$$b_f = b = \min(0.9d, h_w) = 0.9d = 414\text{mm}$$

$$\Gamma_{Fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}} = 0.03 \cdot 1 \cdot \sqrt{20.7 \cdot 2.3} = 0.206$$

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fk}}{t_f}} = \frac{1}{1.5 \cdot \sqrt{1.6}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 240000 \cdot 0.145}{0.164}} = 409 \text{ MPa}$$

$$l_e = \sqrt{E_f t_f / (f_{ctm} \cdot c_2)} = \sqrt{240000 \cdot 0.164 / (2.3 \cdot 2)} = 91 \text{ mm}$$

La tensione efficace nelle fibre è quindi pari a :

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \frac{l_e \sin \beta}{\min \{0.9d, h_w\}} \right] = 409 \cdot \left[1 - \frac{91 \cdot 1}{3 \cdot 414} \right] = 379 \text{ MPa}$$

Il contributo a taglio delle fibre è quindi pari a :

$$V_{Rd,f} = 0.9d \cdot f_{fed} \cdot 2t_f \cdot \frac{w_f}{p_f} / \gamma_{Rd} = 0.9 \cdot 46 \cdot 379 \cdot 2 \cdot 0.164 \cdot \frac{1}{1.2} = 43.7 \text{ kN}$$

Il taglio ultimo della sezione in c.a. è pari a:

$$V_{rd} = \min(V_{rd,ct} + V_{rd,s}, V_{rd,max}) = 162 \text{ kN}$$

83 kN 79 kN 410 kN

Il taglio ultimo della sezione in c.a. rinforzata è pari a:

$$V_{rd} = \min(V_{rd,ct} + V_{rd,s} + V_{Rd,f}, V_{rd,max}) = 205.7 \text{ kN} \quad + 27 \%$$

83 kN 79 kN 43.7 kN 410 kN