



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

Ordine  
degli Ingegneri  
della Provincia  
di Mantova

**Corso breve per ingegneri strutturisti**

**I materiali compositi nella riqualificazione strutturale ed antisismica.**

Normative, criteri di calcolo, verifiche strutturali, tecnologie ed interventi.

Mantova 04 Ottobre 2012

**Rinforzo e messa in sicurezza di strutture in c.a.  
mediante materiali compositi.  
Aspetti normativi, criteri di calcolo ed esempi di intervento.**

**Carlo Pellegrino**

Ricercatore e docente di Tecnica delle Costruzioni

Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale - Università degli Studi di Padova

Via Marzolo, 9 - 35131 Padova

[carlo.pellegrino@unipd.it](mailto:carlo.pellegrino@unipd.it)



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

Carlo Pellegrino

Rinforzo e messa in sicurezza di strutture in c.a. mediante materiali compositi. Aspetti normativi, criteri di calcolo ed esempi di intervento.

## Materiali FRP (Fiber Reinforced Polymer)

Sono disponibili con componenti e matrici diverse e sotto forme svariate, come:

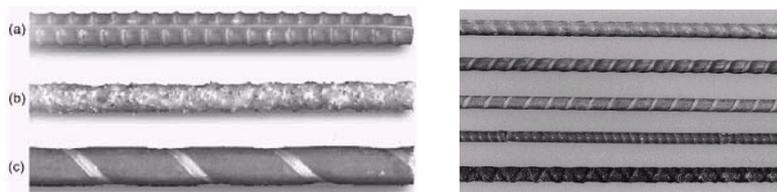
- Barre d'armatura
- cavi di precompressione
- fogli in fibra unidirezionale e pluridirezionale (tessuti)
- laminati

### VANTAGGI

- leggerezza
- alto rapporto resistenza-peso
- non soggetti alla corrosione
- generalmente resistenti ai prodotti chimici
- facilità di applicazione
- caratteristiche fisico-meccaniche tali da:
  - incrementare la resistenza
  - incrementare la rigidità
  - incrementare la durabilità



## Barre FRP



Tipi di lavorazione superficiale delle barre in FRP

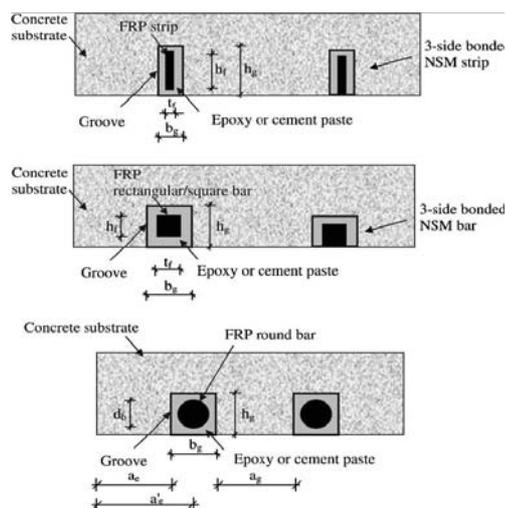


Rottura delle barre in CFRP (fibra di carbonio)



Rottura delle barre in GFRP (fibra di vetro)

## Tecnica "Near Surface Mounted"

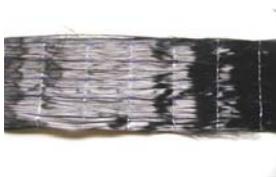


Tecnica ancora poco sperimentata: mancanza di indicazioni nelle raccomandazioni progettuali

## Tessuti e laminati FRP

Disponibili nella forma di:

- fogli di fibra, da impregnare in situ con resine epossidiche
- laminati, pronti per l'incollaggio



Tessuto unidirezionale in fibra di carbonio



Tessuto impregnato in resina



Laminato



Ricoprimento con granuli di quarzo

## Tessuti e laminati FRP

Il materiale FRP per applicazioni strutturali può essere fornito in:

- rotoli di laminato
- rotoli di tessuto



Rotolo di laminato CFRP



Rotolo di tessuto CFRP



Tessuti unidirezionali in  
fibra di carbonio, aramide e vetro



## Materiali FRP

### RACCOMANDAZIONI PROGETTUALI

**CNR-DT 200-2004 “Istruzioni per la Progettazione, l’Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l’Utilizzo di Compositi Fibrorinforzati”, 2004.**

fib Task Group 9.3 “Externally bonded FRP reinforcement for RC structures” Fib bulletin 14, 2001.

ACI Committee 440 “Guide for the Design and Construction of externally bonded FRP systems for Strengthening Concrete Structures”, 2002.



### RACCOMANDAZIONI PROGETTUALI

Le raccomandazioni progettuali che sono state sviluppate a livello internazionale forniscono talvolta risultati contrastanti e non in accordo con i risultati sperimentali.

Per tale motivo nell’ambito del RILEM (Unione Internazionale dei Laboratori e degli Esperti di Strutture, Sistemi e Materiali da Costruzione) è stato costituito nel 2009 un Comitato Tecnico Internazionale:

**RILEM TECHNICAL COMMITTEE “234-DUC” – “DESIGN PROCEDURES FOR THE USE OF COMPOSITES IN STRENGTHENING OF RC STRUCTURES”**

Chairman: Carlo PELLEGRINO – University of Padova, Italy

<http://www.rilem.net/tcDetails.php?tc=234-DUC>

con lo scopo di armonizzare le varie raccomandazioni progettuali anche in base alle sperimentazioni disponibili a livello internazionale.



## ISTRUZIONI D.M. 14/01/2008

### C8A.7.3 PLACCATURA E FASCIATURA IN MATERIALI COMPOSITI

L'uso di idonei materiali compositi nel **rinforzo sismico di elementi in c.a.** è finalizzato agli obiettivi seguenti:

- aumento della resistenza a taglio di pilastri e pareti mediante applicazione di fasce con fibre disposte **secondo la direzione delle staffe**;
- aumento della resistenza nelle parti terminali di travi e pilastri mediante applicazione di fasce con le fibre disposte **secondo la direzione delle barre longitudinali** ed opportunamente ancorate;
- aumento della duttilità nelle parti terminali di travi e pilastri mediante fasciatura con fibre continue disposte **lungo il perimetro**;
- miglioramento dell'efficienza delle giunzioni per sovrapposizione, sempre mediante fasciatura con fibre continue disposte lungo il perimetro.

Ai fini delle verifiche di sicurezza degli elementi rafforzati con FRP si possono adottare le **Istruzioni CNR-DT 200/04**.



## Applicazioni di materiali FRP



RINFORZO A FLESSIONE  
DI TRAVI E SOLETTE  
(fibre disposte  
longitudinalmente)

CONFINAMENTO  
DI PILE O PILASTRI  
(fibre disposte lungo il  
perimetro)





## Applicazioni di materiali FRP



Rinforzo di traversi di impalcati da ponte

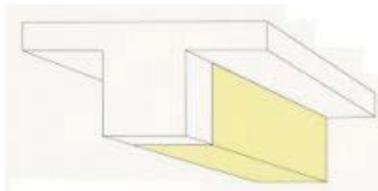


Rinforzo di soletta e travi principali di impalcati da ponte

RINFORZO A **FLESSIONE** (fibre disposte longitudinalmente)



## Applicazioni di materiali FRP



RINFORZO A **TAGLIO** DI TRAVI (fibre disposte secondo la direzione delle staffe)



## Tipi di fibre

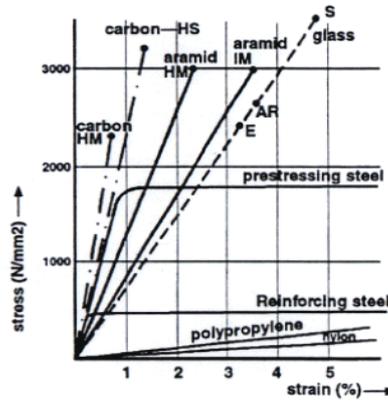


Diagramma tensione-deformazione per alcuni tipi di fibre esistenti in commercio

- fibre di carbonio
- fibre di vetro
- fibre di aramide
- fibre di polipropilene
- ecc.

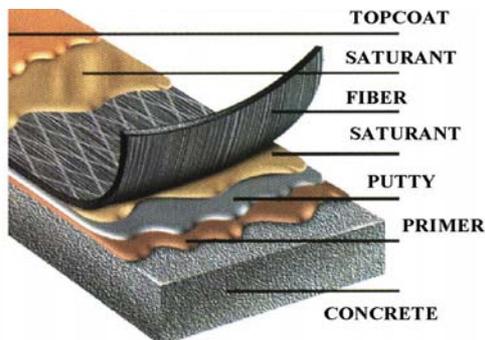
confronto con acciaio per armatura ordinaria e con acciaio da precompressione

## Il sistema di rinforzo con FRP

Esiste una vasta gamma di sistemi di rinforzo che utilizzano una notevole varietà di componenti. Ogni casa produttrice propone usualmente una sua tipologia con determinate peculiarità.

### Sistema di rinforzo tipo "wet lay up"

(impregnazione in situ delle fibre tramite la matrice polimerica) per l'adattabilità a qualsiasi forma dei tessuti, tale sistema è attualmente uno dei più utilizzati.



### Componenti del sistema di rinforzo

**Il primer** vuole garantire il collegamento solido del sistema di rinforzo al supporto.

Prima di applicare il primer le superfici dell'elemento da trattare vengono solitamente preparate tramite sabbiatura.

**La rasatura (Putty)** ha la funzione di regolarizzare le superfici degli elementi da rinforzare.

Usualmente la rasatura viene applicata entro 24 ore dall'applicazione del primer.

**L'adesivo (Saturant)** permette il trasferimento degli sforzi di trazione dal calcestruzzo alle fibre. E' un prodotto bicomponente a base epossidica. Nel caso di applicazione di più strati di adesivo conviene attendere almeno 30 minuti.

**La matrice** è un sistema di resine consistenti in primer, rasatura e adesivo.



## Fasi di applicazione del sistema di rinforzo



Sabbatura della superficie di applicazione del rinforzo



Applicazione del primer



## Fasi di applicazione del sistema di rinforzo



Operazione di rasatura della superficie



Applicazione dell'adesivo





## Fasi di applicazione del sistema di rinforzo



Applicazione dei fogli di fibre

## Impregnazione del foglio mediante rullino metallico



# PROVE DI CARATTERIZZAZIONE DEL RINFORZO IN FRP



## PROVE DI CARATTERIZZAZIONE FRP

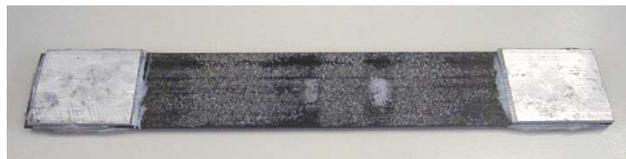
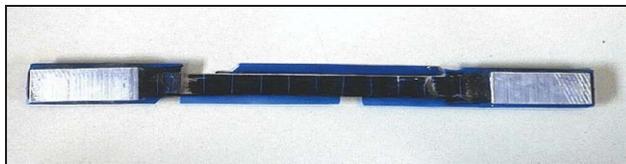
- sul mercato è presente una **grande quantità di prodotti** diversificati
- **non ancora definita una standardizzazione** delle caratteristiche fisiche e meccaniche.
- **i controlli di qualità** applicati ai prodotti da parte delle aziende manifatturiere possono risultare inadatti a garantire i requisiti minimi necessari alle applicazioni in campo strutturale.
- **risulta opportuno affidarsi a certificazioni esterne prodotte da laboratori espressamente specializzati**, non solo per saggi da cantiere sui materiali impiegati o in fase di collaudo per il controllo dell'applicazione, ma anche per indagini preventive a supporto del progetto dell'intervento stesso.



## PROVE DI CARATTERIZZAZIONE FRP

Negli impieghi strutturali i materiali FRP sono sfruttati essenzialmente per assorbire **sforzi di trazione**, ed agire quindi **nella direzione in cui sono disposte le fibre**.

La normativa ASTM-D3039 fornisce i criteri di valutazione della bontà del test basati sul modo di rottura. Appare chiaro come **rotture localizzate vicino agli ancoraggi o disomogenee nella sezione trasversale** rivelino la scelta di un' **inadeguata metodologia di prova**.



## PROVE DI CARATTERIZZAZIONE FRP



Setup di prova secondo ASTM D3039



Tipo di rottura esplosivo di materiale CFRP

## PROVE DI CARATTERIZZAZIONE FRP



Campione di laminato prima e dopo la prova

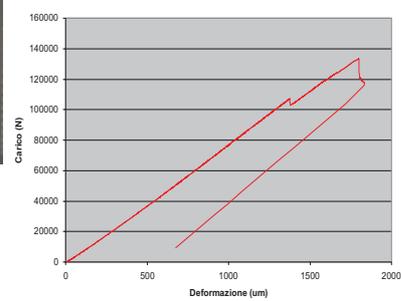
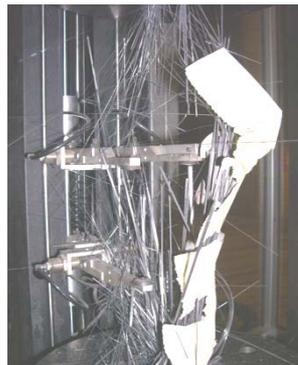
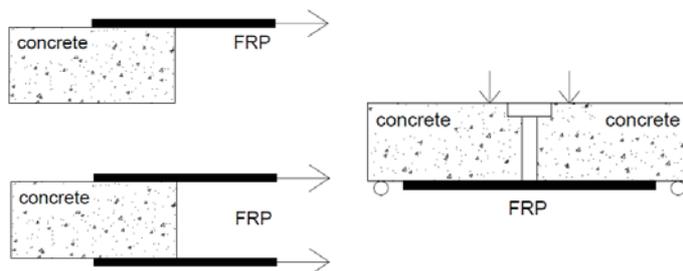


Diagramma carico-deformazione

# PROVE DI CARATTERIZZAZIONE Aderenza calcestruzzo-FRP

## PROVE DI CARATTERIZZAZIONE ADERENZA (BOND) CALCESTRUZZO-FRP

- esistono varie metodologie di prova per la misura dell'adesione (*bond*) tra il composito FRP ed il substrato sul quale esso è applicato.
- **non esistono ancora prescrizioni normative precise**, ma le ricerche recenti si sono comunque rivolte verso alcuni tipi di test ritenuti più semplici o attendibili (è comunque necessaria una standardizzazione);



Alcuni tipi di test per lo studio dell'aderenza FRP-supporto

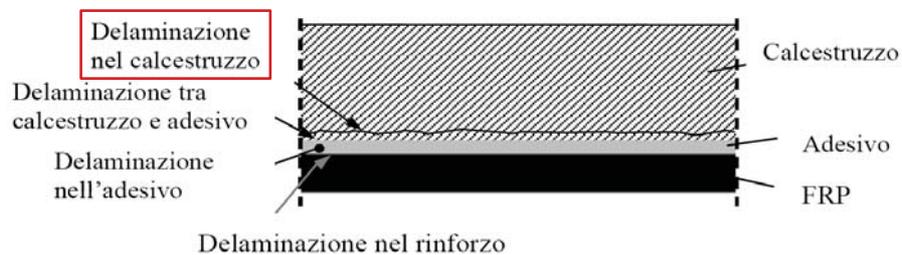
- **non esistono correlazioni certe** tra i risultati ottenuti con le diverse metodologie di prova;
- occorre accertarsi che i dati dichiarati dal produttore relativi all'adesione siano ottenuti con metodi attendibili.

## TIPI DI DELAMINAZIONE (CNR-DT 200/2004)

La delaminazione può prodursi:

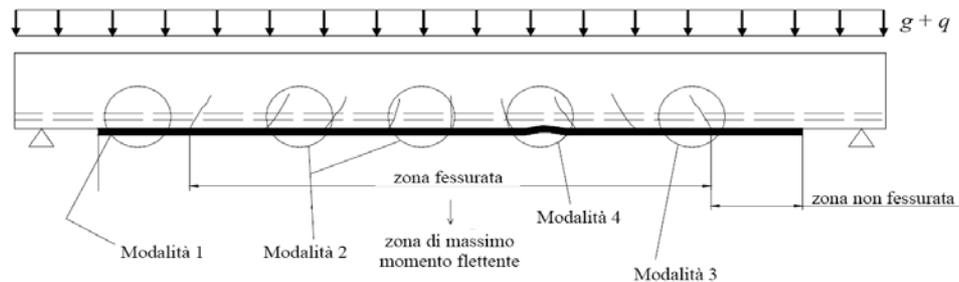
- nel calcestruzzo;
- tra calcestruzzo e adesivo;
- all'interno dell'adesivo;
- nel rinforzo (ad esempio tra diversi strati).

Nel caso di rinforzi posti correttamente in opera, **poiché la resistenza dell'adesivo è in genere più elevata di quella del calcestruzzo, la delaminazione avviene sempre all'interno di quest'ultimo** con l'asportazione di uno strato di materiale il cui spessore può variare da pochi millimetri fino ad interessare l'intero copriferro delle barre in acciaio.



## MODALITA' DI ROTTURA PER DELAMINAZIONE DI UNA TRAVE RINFORZATA A FLESSIONE (CNR-DT 200/2004)

- Modalità 1: delaminazione di estremità
- Modalità 2: delaminazione intermedia causata da fessure per flessione
- Modalità 3: delaminazione causata da fessure diagonali da taglio
- Modalità 4: delaminazione causata da irregolarità della superficie di cls



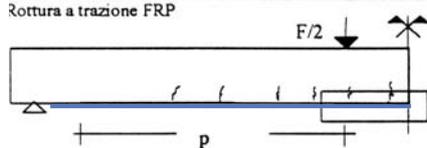


## RINFORZO A FLESSIONE

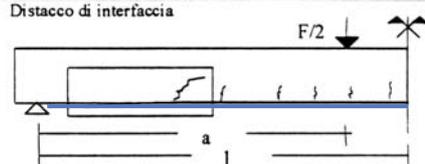


## MECCANISMI DI ROTTURA DI ELEMENTI INFLESSI RINFORZATI CON FRP

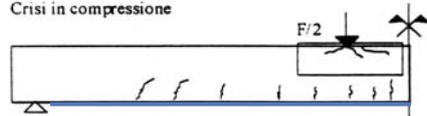
Rottura a trazione FRP



Distacco di interfaccia



Crisi in compressione



Il primo meccanismo è sinonimo del miglior utilizzo dei materiali e si manifesta con il superamento, da parte dell'acciaio di armatura, del limite di snervamento con un comportamento relativamente duttile.

Gli altri meccanismi sono essenzialmente fragili e si manifestano in modo improvviso.



## RINFORZO A FLESSIONE CON FRP

### CALCOLO CAPACITA' RESISTENTE A FLESSIONE (CNR DT 200/2004)

Il progetto allo SLU richiede il dimensionamento del rinforzo di FRP in modo che il momento sollecitante di progetto,  $M_{Sd}$ , e quello resistente di progetto della sezione rinforzata,  $M_{Rd}$ , soddisfino la disequazione:

$$M_{Sd} \leq M_{Rd}$$

Si assumono le seguenti ipotesi:

- conservazione della planarità delle sezioni rette fino a rottura, in modo che il diagramma delle deformazioni normali sia lineare;
- perfetta aderenza tra i materiali componenti (acciaio-calcestruzzo, FRP-calcestruzzo);
- incapacità del calcestruzzo di resistere a sforzi di trazione;
- legami costitutivi del calcestruzzo e dell'acciaio conformi alla Normativa vigente;
- legame costitutivo del composito fibrorinforzato elastico lineare fino a rottura.

L'intervento di rinforzo risulta efficace per sezioni a debole armatura (**acciaio teso snervato allo SLU**) le regole riportate nel documento CNR-DT 200/2004 si riferiscono esclusivamente a tale situazione.



## ELEMENTI INFLESSI RINFORZATI CON FRP

### CALCOLO CAPACITA' RESISTENTE A FLESSIONE

La verifica allo SLU per flessione di elementi rinforzati con FRP è analoga a quella della sezione in c.a. (si basa su semplici considerazioni di equilibrio).

- Si ipotizza che la rottura possa avvenire:
  - per **cedimento del calcestruzzo a compressione**;
  - per **cedimento del rinforzo a trazione o per delaminazione**.

$$\varepsilon_{fd} = \min \left\{ \eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}, \varepsilon_{fdl} \right\} \quad \text{DEFORMAZIONE MASSIMA NEL RINFORZO}$$

$\varepsilon_{fk}$  è la **deformazione caratteristica a rottura del rinforzo**.

$\varepsilon_{fdl}$  è la **deformazione massima per delaminazione intermedia**.

$\gamma_f$  e  $\eta_a$  sono i coefficienti definiti nelle Tabelle che seguono.

Tipo di collasso	Coefficiente parziale	Applicazione tipo A <sup>(1)</sup>	Applicazione tipo B <sup>(2)</sup>	Condizione di esposizione	Tipo di fibra / resina	$\eta_a$
Rottura	$\gamma_f$	1.10	1.25	Interna	Vetro / Epossidica	0.75
Delaminazione	$\gamma_{fd}$	1.20	1.50		Arammidica / Epossidica	0.85
					Carbonio / Epossidica	0.95
				Esterna	Vetro / Epossidica	0.65
				Arammidica / Epossidica	0.75	
				Carbonio / Epossidica	0.85	
				Ambiente aggressivo	Vetro / Epossidica	0.50
					Arammidica / Epossidica	0.70
					Carbonio / Epossidica	0.85

<sup>(1)</sup> Sistemi di rinforzo certificati

<sup>(2)</sup> Sistemi di rinforzo non certificati

## ELEMENTI INFLESSI RINFORZATI CON FRP

### CALCOLO CAPACITA' RESISTENTE A FLESSIONE

$$\varepsilon_{fd} = \min \left\{ \eta_a \cdot \frac{\varepsilon_{fk}}{\gamma_f}, \varepsilon_{fdd} \right\}$$

$$\varepsilon_{fdd} = \frac{f_{fdd,2}}{E_f}$$

$$f_{fdd,2} = k_{cr} \cdot f_{fdd} = \frac{k_{cr}}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{Fk}}{t_f}}$$

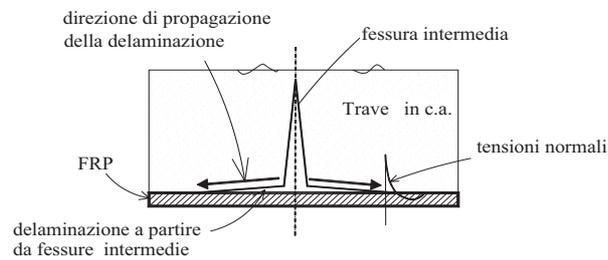
$$\Gamma_{Fk} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{ctm}} \quad [\text{forze in } N, \text{ lunghezze in } mm] \quad (\text{energia di frattura})$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{400}}} \geq 1$$

$$(k_{cr} = 3)$$

Tipo di collasso	Coefficiente parziale	Applicazione tipo A <sup>(1)</sup>	Applicazione tipo B <sup>(2)</sup>
Rottura	$\gamma_f$	1.10	1.25
Delaminazione	$\gamma_{f,d}$	1.20	1.50

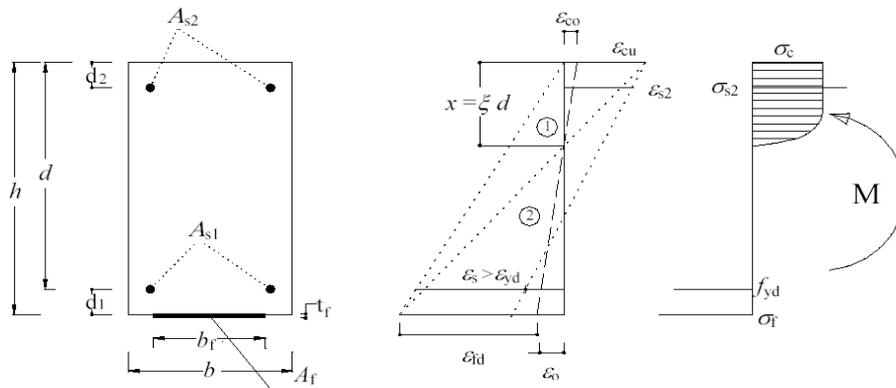
<sup>(1)</sup> Sistemi di rinforzo certificati  
<sup>(2)</sup> Sistemi di rinforzo non certificati



## ELEMENTI INFLESSI RINFORZATI CON FRP

### CALCOLO CAPACITA' RESISTENTE A FLESSIONE

Con riferimento alla situazione esemplificativa rappresentata in Figura, si possono distinguere due tipi di rottura, a seconda che si raggiunga la massima dilatazione del rinforzo di FRP (zona 1) o la massima contrazione del calcestruzzo (zona 2).



## ELEMENTI INFLESSI RINFORZATI CON FRP

### CALCOLO CAPACITA' RESISTENTE A FLESSIONE

Nella zona 1 la rottura si attinge per raggiungimento della deformazione elastica limite di progetto nelle fibre: un qualunque diagramma delle deformazioni corrispondente a tale modalità di rottura ha come punto fisso il valore limite della deformazione delle fibre,  $\varepsilon_{fd}$ .

Le deformazioni normali che competono alle diverse fibre della sezione retta, possono essere calcolate, tramite la linearità del diagramma, attraverso le seguenti relazioni:

- (FRP)  $\varepsilon_f = \varepsilon_{fd}$  - (calcestruzzo compresso)

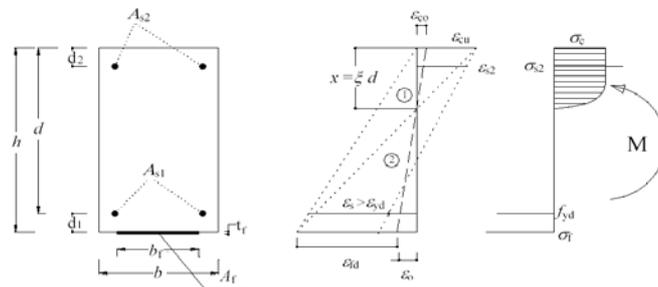
$$\varepsilon_c = (\varepsilon_{fd} + \varepsilon_o) \cdot \frac{x}{(h-x)} \leq \varepsilon_{cu}$$

- (acciaio compresso)

$$\varepsilon_{s2} = (\varepsilon_{fd} + \varepsilon_o) \cdot \frac{x - d_2}{(h-x)}$$

- (acciaio teso)

$$\varepsilon_{s1} = (\varepsilon_{fd} + \varepsilon_o) \cdot \frac{d-x}{(h-x)}$$



## ELEMENTI INFLESSI RINFORZATI CON FRP

### CALCOLO CAPACITA' RESISTENTE A FLESSIONE

Nella zona 2 la rottura avviene per schiacciamento del calcestruzzo con acciaio teso snervato, mentre la deformazione limite delle fibre non è stata ancora raggiunta: in tal caso resta fissata la deformazione massima del calcestruzzo compresso,  $\varepsilon_{cu}$ , in funzione della quale si ricavano, per linearità, le deformazioni normali negli altri materiali:

- (FRP)  $\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (h-x) - \varepsilon_o \leq \varepsilon_{fd}$  - (calcestruzzo compresso)

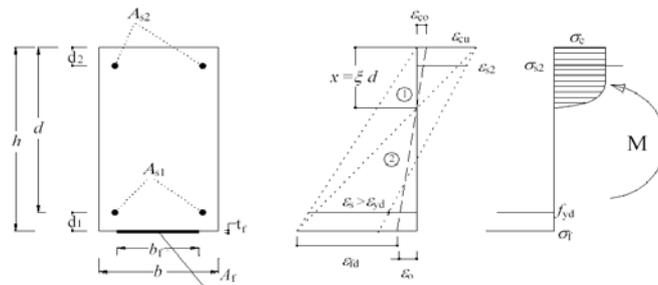
$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$$

- (acciaio compresso)

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{x - d_2}{x}$$

- (acciaio teso)

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{d-x}{x}$$



## ELEMENTI INFLESSI RINFORZATI CON FRP

### CALCOLO CAPACITA' RESISTENTE A FLESSIONE

Poiché generalmente il rinforzo di FRP viene applicato su una struttura già sollecitata si deve tener conto dello stato di deformazione già raggiunto dalla trave al momento del rinforzo ( $\epsilon_{co}$ ,  $\epsilon_o$ ).

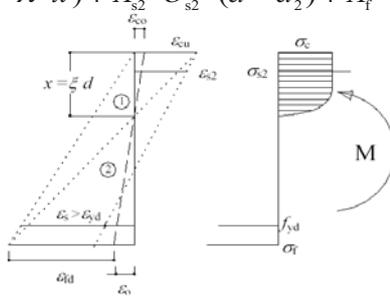
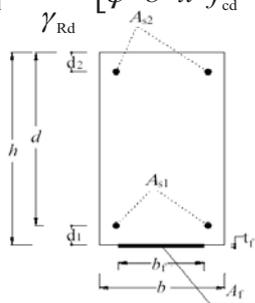
Le due equazioni da utilizzare per la risoluzione del problema sono derivanti da:

- equilibrio alla traslazione nella direzione dell'asse della trave

$$0 = \psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} - A_{s1} \cdot f_{yd} - A_f \cdot \sigma_f$$

- equilibrio alla rotazione intorno all'asse passante per il baricentro delle armature tese e parallelo all'asse neutro (con  $\gamma_{Rd} = 1$  e  $\psi = 0.8$  e  $\lambda = 0.4$  con il modello stress-block del calcestruzzo).

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot [\psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \cdot (d - d_2) + A_f \cdot \sigma_f \cdot d_1]$$



Zona (1): rottura  
fibra

Zona (2): rottura  
cls

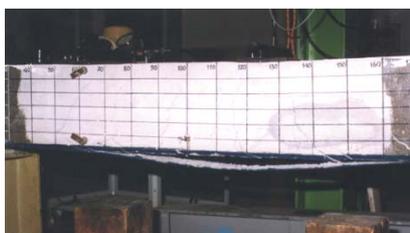
## TRAVI RINFORZATE A FLESSIONE CON FRP SPERIMENTAZIONE



Rottura del rinforzo



Rottura del rinforzo



Delaminazione intermedia del rinforzo

## RINFORZO A FLESSIONE

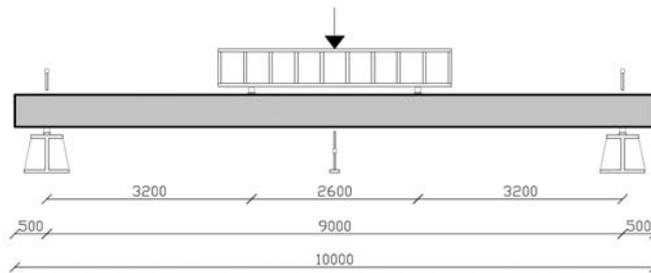
### SPERIMENTAZIONE n. 2

#### CARATTERISTICHE DELLE TRAVI

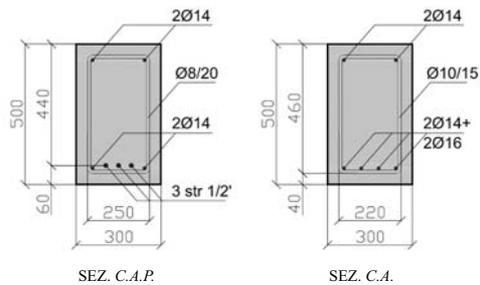


TRAVE	TIPO	TIPO DI RINFORZO	AREA DI FRP (mm <sup>2</sup> )
n°1 RC-C	C.A.	--	--
n°2 RC-N	C.A.	LENTO AVVOLTO AD "U" AD UNA ESTREMITA' E LIBERO ALL' ALTRA	120
n°3 RC-EA	C.A.	LENTO ANCORATO	120
n°4 RC-PrEA	C.A.	PRETENSIONATO ANCORATO	96
n°5 PRC-PrEA	C.A.P.	PRETENSIONATO ANCORATO	96

## SCHEMA DI CARICO E DIMENSIONI



FASI DEL GETTO DELLE TRAVI





## MODALITA' DI APPLICAZIONE FRP

- LE TRAVI RC-N E RC-EA SONO STATE RINFORZATE CON LAMINATI INCOLLATI ALL' INTRADOSSO TRAMITE RESINA EPOSSIDICA E PREVIA PREPARAZIONE DEL SUBSTRATO DI CLS.
  - RC-N: UN ESTREMO DEL RINFORZO E' LASCIATO LIBERO MENTRE L' ALTRO VIENE FASCIATO CON TESSUTO IN CFRP AVVOLTO A "U"
  - RC-EA: GLI ESTREMI DEL RINFORZO SONO ANCORATI ALLA TRAVE CON PIASTRE IN ACCIAIO



STESURA DEL PRIMER



INCOLLAGGIO E FASCIATURA



DETTAGLIO DELL' ANCORAGGIO



## MODALITA' DI APPLICAZIONE FRP

- LE TRAVI RC-PrEA E PRC-PrEA (QUEST' ULTIMA IN C.A.P.) SONO STATE RINFORZATE CON **LAMINATI PRETENSIONATI** TRAMITE UN MARTINETTO CHE FA CONTRASTO SULLA STESSA TRAVE. IL LAMINATO VIENE ANCORATO AD ENTRAMBE LE ESTREMITA' .
  - RC-PrEA: TRAVE IN C.A. CON PRETENSIONE pari allo 0,6% in termini di deformazione
  - PRC-PrEA: TRAVE IN C.A.P. CON PRETENSIONE DELLO 0,4% in termini di deformazione



APPLICAZIONE DELLA PRETENSIONE CON MARTINETTO

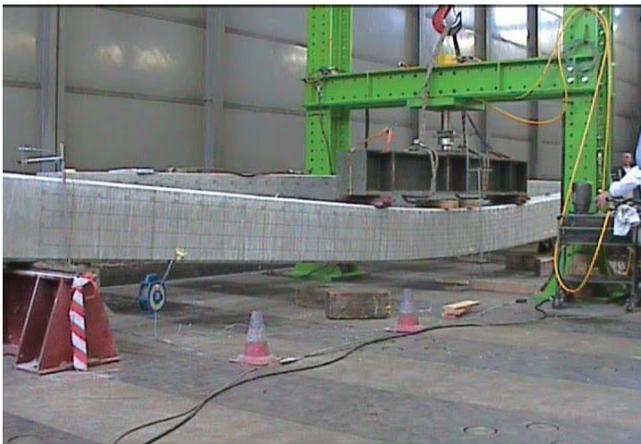


ANCORAGGIO DAL LATO FISSO



## MODALITA' DI ROTTURA

RC-PrEA



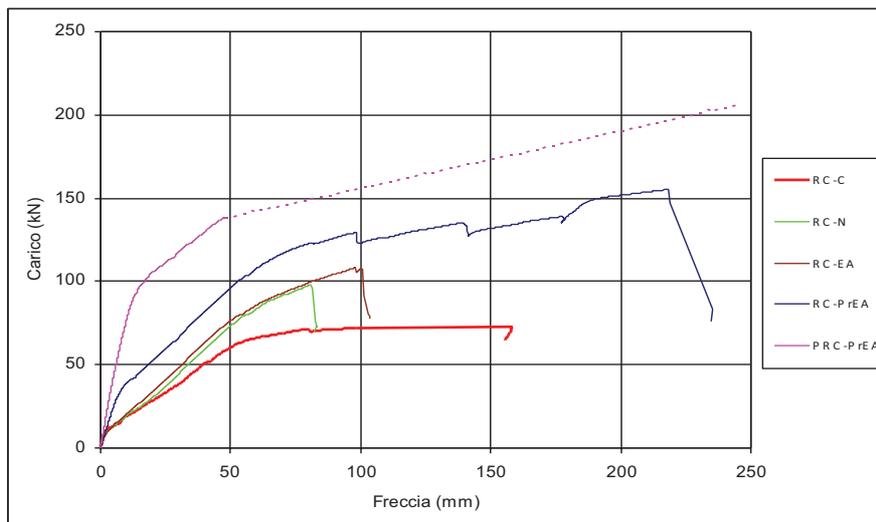
PRC-PrEA



RC-EA

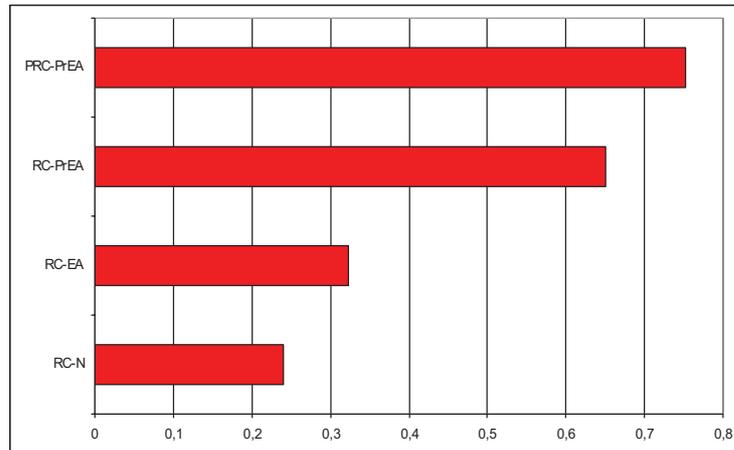


## DIAGRAMMI CARICO-FRECCIA



## PERCENTUALI DI UTILIZZO DEL RINFORZO

1. **PRC-PrEA:** 75%
2. **RC-PrEA:** 65%
3. **RC-EA:** 32%
4. **RC-N:** 24%



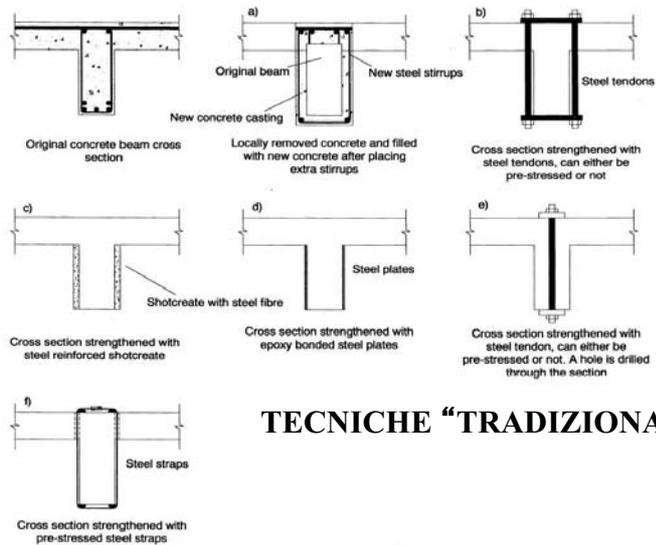
$\epsilon_{sperim.} / \epsilon_{1,8\%}$  : RAPPORTI FRA LE DEFORMAZIONI RILEVATE E IL VALORE DI DEFORMAZIONE A ROTTURA DELLA LAMELLA

## RINFORZO A TAGLIO





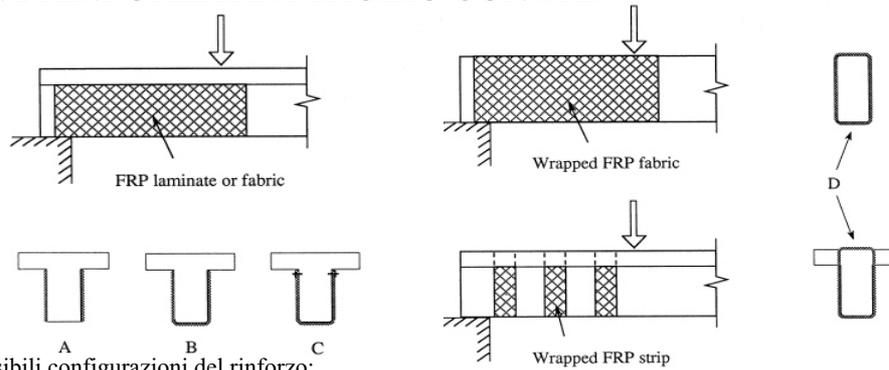
## IL RINFORZO A TAGLIO



### TECNICHE "TRADIZIONALI"



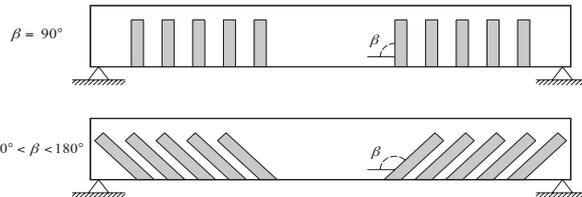
## TRAVI RINFORZATE A TAGLIO CON FRP



Possibili configurazioni del rinforzo:

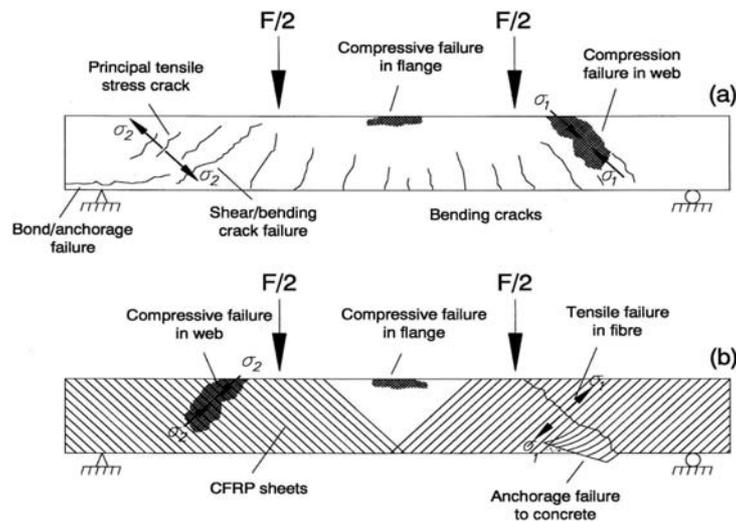
- continuo
- a strisce

- A: ai lati
- B: avvolto ad U
- C: ancorato
- D: totalmente avvolto





## TRAVI RINFORZATE A TAGLIO CON FRP

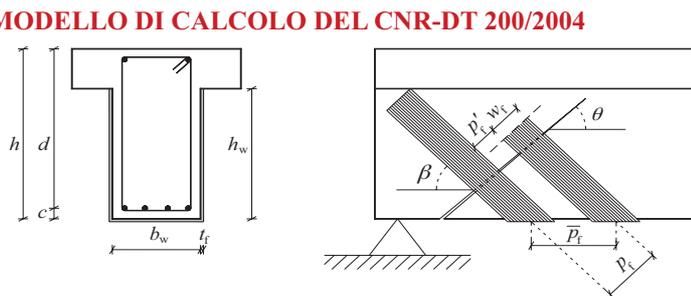


Possibili modalità di rottura



## TRAVI RINFORZATE A TAGLIO CON FRP

### MODELLO DI CALCOLO DEL CNR-DT 200/2004

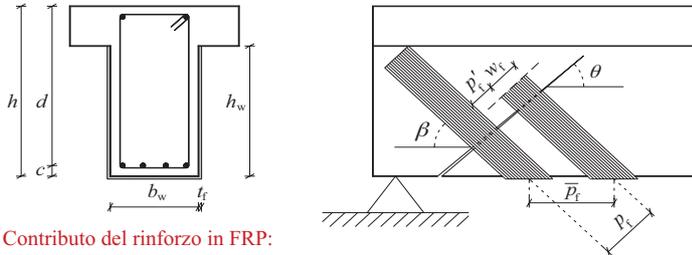


La resistenza di calcolo a taglio dell'elemento rinforzatosi valuta come:

$$V_{Rd} = \min \left\{ V_{Rd,ct} + V_{Rd,s} + V_{Rd,f}, V_{Rd,max} \right\}$$

dove:

- $V_{Rd,ct}$  e  $V_{Rd,s}$  sono, rispettivamente i contributi del calcestruzzo e dell'armatura trasversale in acciaio, da valutarsi in accordo con i codici e la Letteratura Tecnica più recenti;
- $V_{Rd,f}$  è il contributo del rinforzo in FRP;
- $V_{Rd,max}$  è la resistenza della biella compressa di calcestruzzo, da valutarsi in accordo con i codici e la Letteratura Tecnica più recenti.

**TRAVI RINFORZATE A TAGLIO CON FRP**  
**MODELLO DI CALCOLO DEL CNR-DT 200/2004****Contributo del rinforzo in FRP:**

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot \min\{0.9d, h_w\} \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \theta} \cdot \frac{w_f}{p_f} \quad \text{nel caso di rinforzo laterale}$$

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot 2 \cdot t_f \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \frac{w_f}{p_f} \quad \text{nel caso di rinforzo avvolto ad U o in avvolgimento}$$

 $\gamma_{Rd}$  è il coefficiente parziale da assumersi pari a 1.20; $f_{fed}$  è la resistenza efficace di calcolo del rinforzo, da valutarsi come in seguito; $t_f$  è lo spessore della striscia o del foglio in FRP; $\beta$  è l'angolo di inclinazione delle fibre rispetto all'asse longitudinale dell'elemento; $\theta$  è l'angolo di inclinazione delle fessure da taglio rispetto all'asse dell'elemento; $w_f$  e  $p_f$  sono larghezza e passo delle strisce, misurati ortogonalmente alla direzione delle fibre.**TRAVI RINFORZATE A TAGLIO CON FRP (CNR-DT 200/2004)****Resistenza efficace di calcolo del rinforzo**

$$f_{fed} = f_{fid} \cdot \frac{z_{rid,eq}}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}} \cdot \left(1 - 0.6 \cdot \sqrt{\frac{l_{eq}}{z_{rid,eq}}}\right)^2 \quad \text{nel caso di rinforzo laterale}$$

$$f_{fed} = f_{fid} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_e \cdot \sin \beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}}\right] \quad \text{nel caso di rinforzo ad U}$$

$$f_{fed} = f_{fid} \cdot \left[1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{l_e \cdot \sin \beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}}\right] + \frac{1}{2} (\phi_R \cdot f_{fd} - f_{fid}) \cdot \left[1 - \frac{l_e \cdot \sin \beta}{\min\{0.9 \cdot d, h_w\}}\right] \quad \text{nel caso di rinforzo completamente avvolto}$$

 $f_{fid}$  è la resistenza di calcolo alla delaminazione $f_{fd}$  è la resistenza di progetto a rottura del rinforzo di FRP;

$$z_{rid,eq} = z_{rid} + l_{eq}, \quad z_{rid} = \min\{0.9 \cdot d, h_w\} - l_e \cdot \sin \beta, \quad l_{eq} = \frac{s_f}{f_{fid} / E_f} \cdot \sin \beta \quad \phi_R = 0.2 + 1.6 \cdot \frac{r_c}{b_w}, \quad 0 \leq \frac{r_c}{b_w} \leq 0.5$$

essendo

 $\beta$  l'angolo di inclinazione delle fibre rispetto all'asse longitudinale dell'elemento; $s_f$  lo scorrimento ultimo di delaminazione da assumersi pari a 0.2 mm; $E_f$  il modulo di elasticità normale del rinforzo di FRP nella direzione delle fibre; $r_c$  il raggio di curvatura dell'arrotondamento dello spigolo della sezione attorno a cui è avvolto il rinforzo $b_w$  la larghezza del dell'anima della sezione

$$l_e = l_{b,max} = \sqrt{\frac{E_f t_f}{2 f_{ctm}}} \quad \text{lunghezza efficace di ancoraggio}$$



## TRAVI RINFORZATE A TAGLIO CON FRP (CNR-DT 200/2004)

Resistenza di calcolo alla delaminazione di estremità

$$f_{\text{fdd}} = \frac{1}{\gamma_{\text{fdd}} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot \Gamma_{\text{Fk}}}{t_f}}$$

$$\Gamma_{\text{Fk}} = 0.03 \cdot k_b \cdot \sqrt{f_{\text{ck}} \cdot f_{\text{ctm}}} \quad [\text{forze in } N, \text{ lunghezze in } mm]$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{400}}} \geq 1$$

dove:

$\gamma_{\text{fdd}}$  è un coefficiente parziale di perdita di aderenza pari a 1,20 o 1,50 per sistemi di rinforzo certificati o non cert.;

$\Gamma_{\text{Fk}}$  rappresenta l'energia di frattura del legame di interfaccia;

$k_b$  è un fattore geometrico (con le lunghezze espresse in mm)

Nel rinforzo di elementi di c.a. mediante lamine o tessuti di materiale composito, il ruolo dell'aderenza tra calcestruzzo e composito assume grande importanza in quanto il meccanismo di rottura per delaminazione (perdita di aderenza) è di tipo fragile.

Nello spirito del criterio di gerarchia delle resistenze tale meccanismo di crisi non deve precedere il collasso per flessione o per taglio dell'elemento rinforzato.



## Influenza dell'armatura esistente sull'efficienza del rinforzo

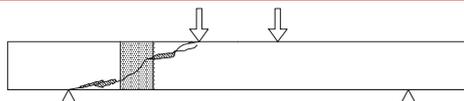
La formulazione descritta in precedenza fornisce la capacità resistente a taglio di una trave in c.a. rinforzata con FRP **semplicemente sommando, in accordo con l'analisi limite, i contributi resistenti del calcestruzzo, dell'acciaio e del composito.**

**Non tiene conto dei complessi meccanismi di interazione tra l'armatura in acciaio ed il rinforzo in composito.**

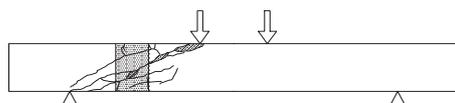
Nel caso di travi con armatura a taglio si è osservato sperimentalmente che:

**spesso la rottura per delaminazione del rinforzo avviene per deformazioni inferiori rispetto a quella corrispondente allo snervamento dell'armatura a taglio il che comporta un minore sfruttamento dell'armatura e quindi una minore efficienza del rinforzo.**

**In sostanza il rinforzo spesso delamina prima che l'acciaio possa esplicare tutto il suo contributo resistente.**



Rottura di una trave non armata a taglio



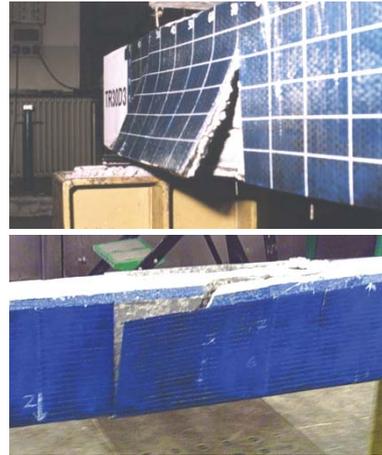
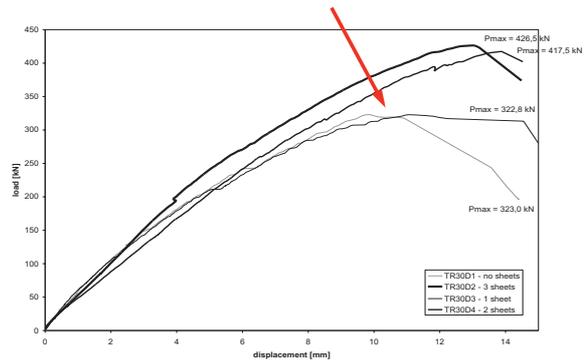
Rottura di una trave armata a taglio

## SPERIMENTAZIONE



1 e 3 strati di CFRP con fibre trasversali all'asse della trave

Modalità di applicazione delle fibre



## CONFINAMENTO





## COLONNE CONFINATE CON FRP

Uno degli utilizzi tipici del rinforzo in FRP è quello che riguarda la fasciatura (“wrapping”) di colonne o in generale di elementi strutturali che lavorano prevalentemente a compressione.

Con la fasciatura si crea, infatti, un’azione di confinamento che permette di incrementare la resistenza a compressione globale dell’elemento strutturale. L’effetto è analogo alla cerchiatura dei pilastri con staffe trasversali o con armatura a spirale.



## COLONNE CONFINATE CON FRP

E’ stato dimostrato che l’ effetto di confinamento esercitato da fogli FRP avvolti attorno a colonne circolari e rettangolari con fibre disposte trasversalmente rispetto all’asse contribuisce ad incrementare:

- la resistenza a compressione;
- la duttilità;
- la capacità deformativa dell’elemento strutturale.

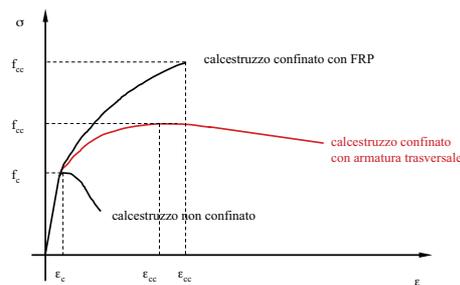
**Importanza per adeguamenti in zona sismica  
(criterio della gerarchia delle resistenze/capacity  
design – pilastro forte, trave debole)**



## COLONNE CONFINATE CON FRP

Diagramma tensione-deformazione di:

- una colonna in calcestruzzo non confinata
- una confinata con armatura trasversale in acciaio
- una con fogli FRP avvolti trasversalmente



In fase non fessurata l'effetto della fasciatura con FRP risulta piuttosto limitato in quanto le deformazioni trasversali del calcestruzzo risultano anch'esse limitate.

In fase fessurata, invece, il calcestruzzo subisce delle deformazioni rilevanti e conseguentemente il rinforzo trasversale in FRP viene attivato ed agisce in tutta la sua potenzialità incrementando la resistenza a compressione e la capacità deformativa.

La rottura globale avviene solitamente in maniera improvvisa in quanto legata al cedimento del rinforzo.

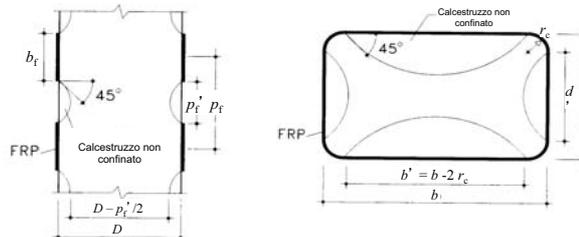
## CONFINAMENTO CON FRP

### MODELLO DEL CNR-DT 200/2004

La resistenza di progetto del calcestruzzo confinato,  $f_{ccd}$ , può essere valutata con la seguente relazione:

$$\frac{f_{ccd}}{f_{cd}} = 1 + 2.6 \cdot \left( \frac{f_{l,eff}}{f_{cd}} \right)^{2/3}$$

nella quale  $f_{cd}$  è la resistenza di progetto del calcestruzzo non confinato, da valutarsi come prescritto nella Normativa vigente, ed  $f_{l,eff}$  è la pressione efficace di confinamento.



Nel documento CNR-DT 200/2004 sono riportate le corrispondenti relazioni per ricavare la pressione di confinamento anche per sezioni quadrate e rettangolari e per fasciatura a strisce. Viene proposta anche un'espressione per la quantificazione dell'incremento di deformazione.

Alcuni dubbi ancora esistono per la quantificazione dell'incremento di resistenza e di duttilità per sezioni rettangolari specialmente in presenza di armatura e, soprattutto, nel caso di presenza contemporanea di azioni di taglio e sforzo assiale.



## CNR-DT 200/2004

### Resistenza di progetto a compressione centrata o con piccola eccentricità dell'elemento confinato

La verifica dell'elemento confinato consiste nell'accertare che sia soddisfatta la seguente limitazione:

$$N_{Sd} \leq N_{Rec,d}$$

In assenza di fenomeni di instabilità per carico di punta, la resistenza ultima di calcolo a sforzo normale centrato, o con piccola eccentricità, di un elemento di c.a. confinato mediante FRP può essere calcolata utilizzando la seguente relazione:

$$N_{Rec,d} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot A_c \cdot f_{ccd} + A_s \cdot f_{yd}$$

dove il coefficiente parziale  $\gamma_{Rd}$  deve essere assunto pari a 1.10, i simboli  $A_c$  ed  $f_{ccd}$  rappresentano, rispettivamente, l'area della sezione trasversale dell'elemento e la resistenza di calcolo del calcestruzzo confinato (quest'ultima valutata come indicato al punto seguente), mentre i simboli  $A_s$  ed  $f_{yd}$  denotano, rispettivamente, l'area e la resistenza di calcolo dell'armatura metallica eventualmente presente.



## CNR-DT 200/2004

### Resistenza di progetto a compressione centrata o con piccola eccentricità dell'elemento confinato

La resistenza di progetto del calcestruzzo confinato,  $f_{ccd}$ , può essere valutata con la seguente relazione:

$$\frac{f_{ccd}}{f_{cd}} = 1 + 2.6 \cdot \left( \frac{f_{l,eff}}{f_{cd}} \right)^{2/3}$$

nella quale  $f_{cd}$  è la resistenza di progetto del calcestruzzo non confinato, da valutarsi come prescritto nella Normativa vigente, ed  $f_{l,eff}$  è la **pressione efficace di confinamento**.



## CNR-DT 200/2004

### Pressione laterale di confinamento

La resistenza di un elemento confinato con FRP dipende soltanto da una aliquota della pressione di confinamento,  $f_1$ , esercitata dal sistema, detta pressione efficace di confinamento,  $f_{1,eff}$ .

La pressione efficace di confinamento,  $f_{1,eff}$ , è funzione della forma della sezione e delle modalità di intervento ed è fornita dalla relazione:

$$f_{1,eff} = k_{eff} \cdot f_1$$

dove  $k_{eff}$  è un coefficiente di efficienza ( $\leq 1$ ), definibile come il rapporto fra il volume  $V_{c,eff}$  di calcestruzzo efficacemente confinato ed il volume  $V_c$  dell'elemento di calcestruzzo.



## CNR-DT 200/2004

### Pressione laterale di confinamento

La pressione di confinamento può essere valutata mediante la relazione:

$$f_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{fd,rid}$$

dove  $\rho_f$  è la percentuale geometrica di rinforzo, dipendente, come descritto nei paragrafi seguenti, dalla forma della sezione (circolare o rettangolare) e dalla modalità di applicazione del confinamento lungo l'elemento (fasciatura continua o discontinua),  $E_f$  è il modulo di elasticità normale del materiale in direzione delle fibre ed  $\varepsilon_{fd,rid}$  **è un'opportuna deformazione ridotta di calcolo del composito fibrorinforzato**, definita di seguito.



## CNR-DT 200/2004

### Pressione laterale di confinamento

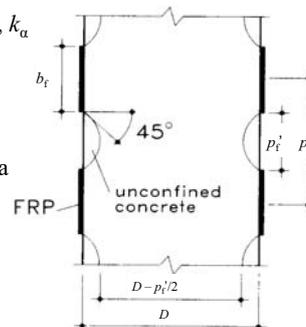
Il coefficiente di efficienza,  $k_{eff}$ , può essere espresso come prodotto di un coefficiente di efficienza orizzontale,  $k_H$ , per uno di efficienza verticale,  $k_V$ , e per un altro ancora legato all'inclinazione delle fibre,  $k_\alpha$

$$k_{eff} = k_H \cdot k_V \cdot k_\alpha$$

Il coefficiente di efficienza orizzontale,  $k_H$ , dipende dalla forma della sezione, se circolare o rettangolare, come descritto nel seguito.

Il coefficiente di efficienza verticale,  $k_V$ , dipende dalla modalità di applicazione del confinamento lungo l'asse longitudinale dell'elemento. In caso di fasciatura continua si assume  $k_V = 1$ .

In caso di fasciatura discontinua, realizzata cioè con strisce di FRP, si deve tenere conto della riduzione di efficacia dovuta al fenomeno di diffusione delle tensioni tra due fasciature consecutive. Per effetto della diffusione, in una sezione verticale diametrale, si creano delle zone che non risentono del confinamento.



## CNR-DT 200/2004

### Pressione laterale di confinamento

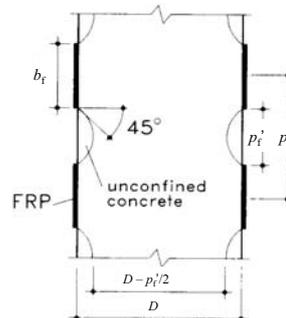
Indipendentemente dalla forma della sezione, il coefficiente di efficienza verticale,  $k_V$ , che consente di portare in conto il fenomeno di diffusione verticale delle tensioni, sopra descritto, può essere assunto pari a:

$$k_V = \left(1 - \frac{p'_f}{2 \cdot d_{min}}\right)^2$$

avendo indicato con  $d_{min}$  la minima dimensione trasversale dell'elemento.

Nel caso di fasciatura discontinua è opportuno che la distanza netta fra le strisce rispetti la limitazione

$$p'_f \leq d_{min}/2$$





## CNR-DT 200/2004

### Pressione laterale di confinamento

Indipendentemente dalla forma della sezione, il coefficiente di efficienza  $k_\alpha$ , da impiegarsi quando le fibre vengano disposte ad elica, con inclinazione  $\alpha_f$  delle stesse rispetto alla sezione trasversale dell'elemento, può esprimersi in funzione di  $\alpha_f$  come:

$$k_\alpha = \frac{1}{1 + (\tan \alpha_f)^2}$$

La deformazione ridotta di calcolo del composito fibrorinforzato,  $\varepsilon_{fd,rid}$ , è ottenuta a partire dalla deformazione caratteristica a rottura della fasciatura di FRP,  $\varepsilon_{fk}$

$$\varepsilon_{fd,rid} = \min \{ \eta_a \cdot \varepsilon_{fk} / \gamma_f ; 0.004 \}$$

dove  $\eta_a$  e  $\gamma_f$  sono, rispettivamente, il fattore di conversione ambientale ed il coefficiente parziale del materiale composito fibrorinforzato, i cui valori sono suggeriti, nelle Tabelle precedenti.



## CNR-DT 200/2004

### Pressione laterale di confinamento

**L'intervento di confinamento con FRP risulta particolarmente efficace per elementi a sezione circolare soggetti a compressione centrata o a pressoflessione con modesta eccentricità.**

In presenza di fibre disposte in direzione trasversale all'asse longitudinale dell'elemento, il sistema di FRP induce una pressione laterale uniforme sulla superficie di contatto, che si oppone all'espansione radiale dell'elemento compresso.

La percentuale geometrica di rinforzo,  $\rho_f$ , da impiegare nella valutazione della pressione efficace di confinamento è in tal caso fornita dalla relazione:

$$\rho_f = \frac{4 \cdot t_f \cdot b_f}{D \cdot p_f}$$

dove  $t_f$  e  $b_f$  sono, rispettivamente, lo spessore e l'altezza della generica striscia di FRP,  $p_f$  è il passo delle strisce e  $D$  è il diametro della sezione circolare.

Nel caso di fasciatura continua l'espressione della percentuale  $\rho_f$  si specializza in  $4 t_f / D$ .

**Per le sezioni circolari, il coefficiente di efficienza orizzontale,  $k_H$ , è pari ad 1.0.**

**CNR-DT 200/2004****Pressione laterale di confinamento**

**Il confinamento con FRP di elementi a sezione quadrata o rettangolare produce incrementi solo marginali della resistenza a compressione. Ne consegue che applicazioni di questo genere devono essere attentamente vagliate ed analizzate.**

Prima dell'applicazione del sistema di FRP è opportuno procedere ad un **arrotondamento degli spigoli della sezione**, allo scopo di evitare pericolose concentrazioni di tensione localizzate in corrispondenza degli stessi, che potrebbero provocare una rottura prematura del sistema.

Il raggio di curvatura dello spigolo deve soddisfare la limitazione  $r \geq 20 \text{ mm}$ .

La percentuale geometrica di rinforzo,  $\rho_f$ , da impiegare nella valutazione della pressione efficace di confinamento è:

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f \cdot (b + d) \cdot b_f}{b \cdot d \cdot p_f}$$

dove  $t_f$  e  $b_f$  sono, rispettivamente, lo spessore e l'altezza della generica striscia di FRP,  $p_f$  è il passo delle strisce, mentre  $b$  e  $d$  sono le dimensioni trasversali della sezione rettangolare. Nel caso di fasciatura continua l'espressione di  $\rho_f$  si specializza in  $2t_f(b+d)/(b \cdot d)$ .

**CNR-DT 200/2004****Pressione laterale di confinamento**

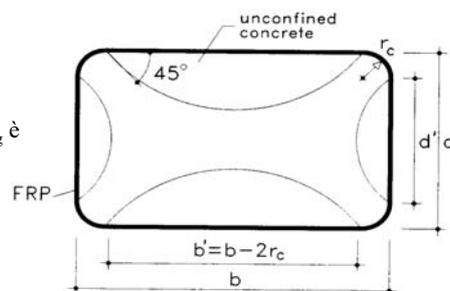
Nel caso di sezioni rettangolari si può ritenere, con buona approssimazione, che l'area di calcestruzzo effettivamente confinata sia solo un'aliquota di quella complessiva. La motivazione di tale comportamento è da attribuirsi all'"effetto arco" che si manifesta all'interno della sezione; tale effetto è dipendente dal valore del raggio di arrotondamento degli spigoli,  $r_c$ .

Il coefficiente di efficienza orizzontale,  $k_H$ , per le sezioni rettangolari, per tener conto dell'effetto arco che si attiva nella sezione trasversale, vale:

$$k_H = 1 - \frac{b'^2 + d'^2}{3 \cdot A_g}$$

in cui  $b'$  e  $d'$  sono le dimensioni indicate in Figura ed  $A_g$  è l'area della sezione trasversale.

In assenza di adeguate prove sperimentali, che ne comprovino l'efficacia, non va considerato l'effetto del confinamento su sezioni rettangolari per le quali  $b/d > 2$ , ovvero  $\max\{b, d\} > 900 \text{ mm}$ .





## CNR-DT 200/2004

### Duttilità di elementi presso-inflessi confinati con FRP

Il confinamento con FRP può essere realizzato anche su elementi di calcestruzzo soggetti a pressoflessione; in tal modo è possibile **incrementare la loro duttilità** e, solo in misura ridotta, la loro resistenza.

In mancanza di determinazioni più accurate, la valutazione della curvatura ultima di una sezione pressoinflessa può essere perseguita ipotizzando un classico legame costitutivo del tipo parabola-rettangolo, caratterizzato da una resistenza massima pari a  $f_{cd}$ , il cui tratto costante si estenda fino ad un valore della **deformazione ultima di progetto**,  $\epsilon_{ccu}$ , fornito dalla seguente relazione:

$$\epsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 \cdot \sqrt{\frac{f_{l,eff}}{f_{cd}}} \quad \epsilon_{fd,rid} = \eta_a \cdot \frac{\epsilon_{fk}}{\gamma_f} \leq 0.6 \cdot \epsilon_{fk}$$

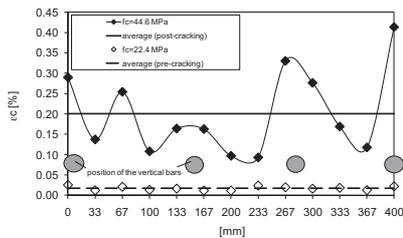
essendo  $f_{l,eff}$  la pressione efficace di confinamento e  $f_{cd}$  la resistenza di progetto del calcestruzzo non confinato e  $\epsilon_{fd,rid}$  deformazione ridotta di calcolo del composito fibrorinforzato per calcolare la pressione efficace.



## SPERIMENTAZIONE

### Correlazione tra geometria dell'armatura in acciaio ed efficienza del rinforzo in FRP

Le evidenze sperimentali richiamano l'attenzione sulla necessità di affinare i modelli di calcolo esistenti esprimendo l'efficienza del rinforzo in FRP in dipendenza non solo delle caratteristiche del materiale utilizzato, ma anche della geometria e delle caratteristiche meccaniche dell'**armatura in acciaio**.

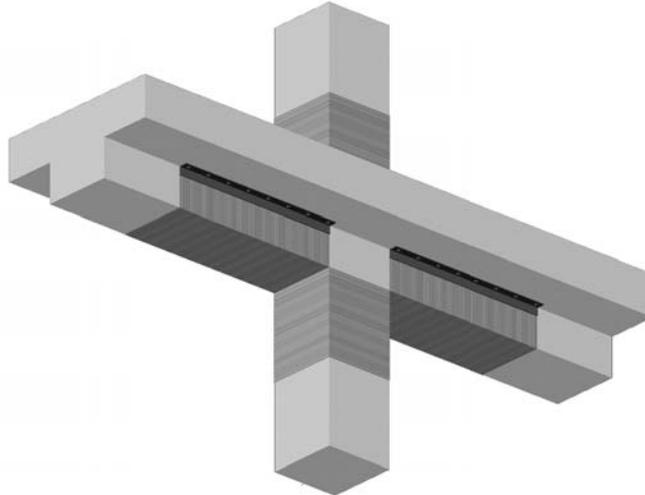


### Modalità di rottura





## ESEMPIO DI CALCOLO



## ESEMPIO DI CALCOLO

Il nodo è costituito da una trave a T fuori spessore di larghezza superiore 100cm, larghezza inferiore 40cm, spessore soletta 24cm e altezza complessiva 47cm.

L'armatura longitudinale è costituita da 6 $\phi$ 16 e 2 $\phi$ 20 superiori ( $A_s = 18.35\text{cm}^2$ ) e da 4 $\phi$ 16 inferiori ( $A_s = 8.04\text{cm}^2$ ) mentre quella trasversale da staffe  $\phi$ 8/20cm.

In base ai dati forniti si assume cautelativamente per il calcestruzzo:

$f_{cd} = 26/1.5 = 17.3 \text{ MPa}$  (nel valore di  $f_{cm} = 26\text{MPa}$  è già incluso il fattore di confidenza)

L'acciaio è un FeB38K con  $f_{yd} = 325 \text{ MPa}$

Le sollecitazioni agenti sulla trave allo stato limite ultimo sono:

$M_{\max}^{(-)} = -200\text{kNm}$

$M_{\max}^{(+)} = 65\text{kNm}$

$V_{\max} = 200\text{kN}$

Si calcolano quindi le sollecitazioni resistenti ottenendo:

$M_{Rd}^{(-)} = -235\text{kNm}$

$M_{Rd}^{(+)} = 107\text{kNm}$

$V_{Rd} = 158\text{kN}$

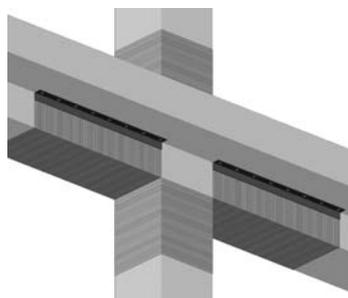
**Risulta quindi necessario un rinforzo a taglio.**



## ESEMPIO DI CALCOLO

### Valutazione dell'incremento della resistenza a taglio delle estremità delle travi a T 100/40x47cm

L'incremento di resistenza a taglio delle estremità delle travi consente di prevenire la eventuale crisi per taglio, che rappresenta un meccanismo fragile potenzialmente attivabile. Essa potrebbe essere realizzata mediante una fasciatura ad U con tessuto in carbonio unidirezionale ma data l'altezza ridotta a disposizione sotto la soletta (23cm) si adotta un ancoraggio di tale fasciatura da realizzarsi tramite profili metallici ad L ancorati alla soletta superiore (sulla base delle indicazioni della bozza del nuovo bollettino fib).



## ESEMPIO DI CALCOLO

### Valutazione dell'incremento della resistenza a taglio delle estremità delle travi a T 100/40x47cm

Si opera con tessuto di carbonio unidirezionale con deformazione caratteristica di rottura a trazione  $\epsilon_{rk} = 1.4\%$  e modulo elastico  $E_f = 230$  GPa, spessore del tessuto secco  $t_f = 0.165$ mm (1 strato). L'esposizione è esterna (Carbonio/Epossidica) e si considera una applicazione di Tipo A.

Si esegue un arrotondamento degli spigoli  $r_c = 20$  mm.

Il contributo a taglio della fasciatura in FRP sulla trave è valutato come:

$$V_{Rd,f} = (1/\gamma_{Rd}) 0.9d f_{fed} 2t_f (\text{ctg}\beta + \text{ctg}\theta) w_f/p_f$$

dove, essendo le fibre trasversali all'elemento, si ha  $\beta = 90^\circ$ , ed inoltre il rapporto  $w_f/p_f$  è unitario nel caso di fasciatura continua.

Per il taglio, secondo il CNR DT-200 si ha  $\gamma_{Rd} = 1.2$



## ESEMPIO DI CALCOLO

### Valutazione dell'incremento della resistenza a taglio delle estremità delle travi a T 100/40x47cm

Nel caso di disposizione ancorata si può fare riferimento al caso in avvolgimento e la resistenza efficace di calcolo del rinforzo è fornita dalla relazione:

$$f_{red} = f_{idd} [1 - (1/6) l_e \sin\beta / \min(0.9d; h_w)] + 1/2 (f_R f_{fd} - f_{idd}) [1 - l_e \sin\beta / \min(0.9d; h_w)]$$

dove:

$$f_{fd} = \eta_a \varepsilon_{fk} E_f / \gamma_f = 0.85 * 0.014 * 230000 / 1.1 = 2488 \text{ MPa}$$

$$f_R = 0.2 + 1.6 r_c / b_w = 0.2 + 1.6 * 20 / 400 = 0.28 \quad 0 \leq r_c / b_w = 20 / 400 = 0.05 \leq 0.5$$

Nella valutazione della resistenza di progetto alla delaminazione:

$$f_{idd} = 0.245 / (\gamma_{f,d} (\gamma_c)^{1/2}) (E_f k_b (f_{ck} f_{ctm})^{1/2} / t_p)^{1/2} = \\ = (0.245 / 1.2 * (1.5)^{1/2}) (230000 * 1 * (26 * 2.63)^{1/2} / 0.165)^{1/2} = 566 \text{ MPa} \quad (\text{eq. 4.4 del CNR DT-200})$$



## ESEMPIO DI CALCOLO

### Valutazione dell'incremento della resistenza a taglio delle estremità delle travi a T 100/40x47cm

Inoltre la lunghezza ottimale di ancoraggio può essere stimata come:

$$l_e = (E_f t_f / 2 f_{ctm})^{1/2} = (230000 * 0.165 / 2 * 2.63)^{1/2} = 85 \text{ mm}$$

La resistenza efficace di calcolo del rinforzo è quindi:

$$f_{red} = 566 [1 - (1/6) 85 * 1 / \min(0.9 * 430; 230)] + 1/2 (0.28 * 2488 - 566) [1 - 85 * 1 / \min(0.9 * 430; 230)] = 531 + 41 = 572 \text{ MPa}$$

Finalmente il contributo a taglio della fasciatura:

$$V_{Rd,f} = (1/1.2) * 0.9 * 430 * 572 * 2 * 0.165 * (0+1) * 1/1000 = 61 \text{ kN}$$

Il taglio resistente della trave rinforzata risulta quindi:  $V_{Rd} = 158 + 61 = 219 \text{ kN} > V_{max} = 200 \text{ kN}$

Vanno poi verificati gli ancoranti sulla base della forza massima che può assorbire il tessuto.  
(Analogamente si può svolgere il calcolo dell'incremento di taglio resistente del pilastro).



## ESEMPIO DI CALCOLO

Si ipotizza di adottare un avvolgimento con 1 strato di CFRP ( $E_f = 230\text{GPa}$  e  $t_f = 0.165\text{mm}$ ) del pilastro immediatamente sopra e sotto la trave in modo da ottenere un incremento di duttilità del pilastro usualmente necessario in ambito sismico.

Tale avvolgimento permette anche un incremento di resistenza a taglio del pilastro, utile per prevenire una possibile rottura fragile per taglio (da evitare nell'ambito del criterio della gerarchia delle resistenze).

Essendo la struttura in classe di duttilità "B" non è necessaria la verifica di resistenza dei pannelli nodali.



## ESEMPIO DI CALCOLO

### Valutazione dell'incremento di duttilità del calcestruzzo dei pilastri di sezione 40x40

Il confinamento delle estremità dei pilastri viene realizzato mediante fasciatura continua in tessuto in carbonio unidirezionale.

Si valuta innanzitutto l'incremento della capacità deformativa del calcestruzzo; la deformazione ultima di progetto,  $\epsilon_{ccu}$ , del calcestruzzo confinato è fornita dalla seguente relazione:

$$\epsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 (f_{l,eff}/f_{cd})^{1/2} \quad (\text{eq. 4.52 CNR DT-200})$$

La resistenza del calcestruzzo non confinato del pilastro  $f_{cd}$  è pari a  $0.85 \cdot 18 / 1.5 = 10.2 \text{ MPa}$  e la pressione efficace di confinamento è valutata per sezione non circolare.

Si inizia con il valutare la deformazione ridotta di calcolo:

$$\epsilon_{rd,rid} = \eta_a \epsilon_{fk} / \gamma_f \leq 0.6 \epsilon_{fk} \quad (\text{eq. 4.53 del CNR DT-200})$$



## ESEMPIO DI CALCOLO

### Valutazione dell'incremento di duttilità del calcestruzzo dei pilastri di sezione 40x40

Nel caso in esame si assume di operare con un tessuto di carbonio unidirezionale con deformazione caratteristica di rottura a trazione  $\epsilon_{fk} = 1.4\%$  e modulo elastico  $E_f = 230$  GPa, spessore del tessuto secco  $t_f = 0.165$  mm (1 strato).

L'esposizione è esterna (Carbonio/Epossidica) e si considera una applicazione di Tipo A. Si esegue un arrotondamento degli spigoli  $r_c = 20$  mm.

Risulta dunque:

$$\epsilon_{fd,rid} = 0.85 \cdot 0.014 / 1.1 = 0.011 \leq 0.6 \cdot 0.014 = 0.0084$$

Ovvero in accordo alla simbologia del CNR DT-200 deve prendersi il minimo tra 1.1% e 0.84% e quindi  $\epsilon_{fd,rid} = 0.84\%$ .

Quindi si valuta la percentuale geometrica di rinforzo per fasciatura continua (si assume un pilastro 40x40):

$$\rho_f = 2t_f(b+d)/(bd) = 2 \cdot 0.165 \cdot (400+400)/(400 \cdot 400) = 0.00165 \text{ (eq. 4.50 del CNR DT-200)}$$



## ESEMPIO DI CALCOLO

### Valutazione dell'incremento di duttilità del calcestruzzo dei pilastri di sezione 40x40

La pressione di confinamento è quindi valutata come:

$$f_1 = 1/2 \rho_f E_f \epsilon_{fd,rid} = (1/2) \cdot 0.00165 \cdot 230000 \cdot 0.0084 = 1.59 \text{ MPa (eq. 4.43 del CNR DT-200)}$$

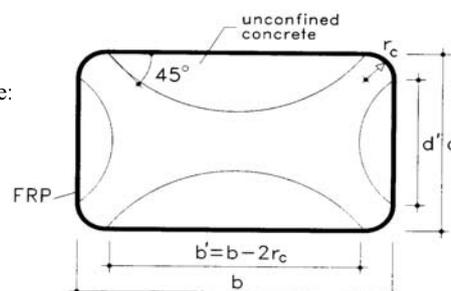
Il coefficiente di efficienza verticale  $k_v$  e quello legato all'orientamento della fibra  $k_a$  sono unitari, trattandosi di fasciatura continua con fibre unidirezionali trasversali all'asse dell'elemento:

$$k_v = k_a = 1.$$

Il coefficiente di efficienza orizzontale vale invece:

$$\begin{aligned} k_H &= 1 - (b'^2 + d'^2) / 3A_g = \\ &= 1 - (360^2 + 360^2) / (3 \cdot (400 \cdot 400)) = \\ &= 0.46 \text{ (eq. 4.51 del CNR DT-200)} \end{aligned}$$

$$k_{eff} = k_H k_v k_a = 0.46 \cdot 1 \cdot 1 = 0.46 \text{ (eq. 4.44 del CNR DT-200)}$$





## ESEMPIO DI CALCOLO

### Valutazione dell'incremento di duttilità del calcestruzzo dei pilastri di sezione 40x40

La pressione di confinamento efficace è pertanto pari a:

$$f_{l,eff} = k_{eff} f_l = 0.46 * 1.59 = 0.73 \text{ MPa (eq. 4.42 del CNR DT-200)}$$

La deformazione ultima di progetto  $\epsilon_{ccu}$  del calcestruzzo confinato è quindi:

$$\epsilon_{ccu} = 0.0035 + 0.015 (f_{l,eff}/f_{cd})^{1/2} = 0.0035 + 0.015 * (0.73/10.2)^{1/2} = 0.0075 = 0.75\%$$