

Esempio di calcolo su rafforzamento locale di edifici in muratura con tiranti

Il documento rappresenta una revisione dell'esempio di calcolo
pubblicato il 19 Ottobre 2009 e contiene le correzioni di alcuni refusi di
cui è pervenuta segnalazione: le modifiche rispetto al precedente
testo sono evidenziate in rosso

Versione aggiornata a Luglio 2010

a cura di

M. Munari, G. Bettiol, F. da Porto, L. Milano, C. Modena

Introduzione

L'intervento di seguito proposto per il progetto di rafforzamento locale di un edificio in muratura mediante introduzione di tiranti, nel caso in cui si attivi il meccanismo di ribaltamento fuori piano, fa riferimento agli ultimi due livelli di una parete di un edificio sito in centro storico, la cui geometria è di seguito riportata (Fig. 1):

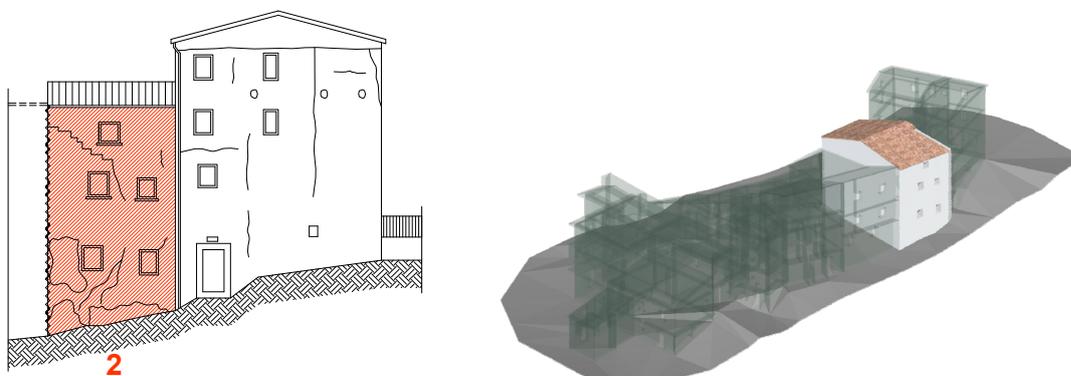


Figura 1

Il procedimento segue il metodo di analisi dei meccanismi locali di collasso valido per gli edifici esistenti in muratura, e le corrispondenti formule utilizzate sono in accordo alla vigente normativa (Decreto Ministeriale 14 gennaio 2008, "Norme Tecniche per le Costruzioni", e relativa Circolare del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti n. 617 del 2/2/09 "Istruzioni per l'applicazione delle «Norme Tecniche per le Costruzioni» di cui al D.M. 14/01/2008").

Si ipotizza che, sulla base della pericolosità sismica del sito in cui sorge l'edificio, ed in riferimento ad un periodo di ritorno dell'azione sismica $T_R = 475$ anni per le verifiche nei confronti dello Stato Limite di salvaguardia della Vita SLV (vedasi cap. 3.2 D.M. 14.01.08 e C3.2 della Circolare n. 617 del 2/2/09), i parametri che definiscono le forme spettrali sono:

STATO LIMITE DI RIFERIMENTO	SLV	
	Accelerazione orizzontale massima al sito	a_g
Valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale	F_o	2,365
Periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale	T_C^*	0,334 s
Vita nominale	V_N	50
Classe d'uso (valore del coefficiente d'uso)	c_u	1
Periodo di riferimento dell'azione sismica	V_R	50
Probabilità di superamento	P_{VR}	0,10
Tempo di ritorno dell'azione sismica	T_R	475
Categoria di sottosuolo	A	
Coefficienti di amplificazione stratigrafica	S_S	1,0
	C_C	1,0
Coefficiente di amplificazione topografica	S_T	1,2
Coefficiente per categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche	S	1,2
Periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro	T_C	0,334 s
Periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante	T_B	0,111 s
Periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro	T_D	2,602 s

Caratteristiche geometriche e dei materiali

Definizione dei parametri geometrici:

b_j spessore della parete i-esima

h_j altezza della parete i-esima

d_j braccio del carico del solaio i-esimo rispetto allo spigolo esterno

P_j peso della parete i-esima: $P_i = \gamma_{muratura} \cdot b_i \cdot h_i$

N_j carico del solaio gravante sulla parete i-esima:

$$N_i = G_{solaio_i} + \psi_{2i} \cdot Q_{solaio_i} = G_{solaio_i} + 0.3 \cdot Q_{solaio_i} \quad A = 1.90 \text{ m}^2$$

$$N_2 = G_{copertura} + \psi_{2i} \cdot Q_{copertura} = G_{copertura} + 0.2 \cdot Q_{copertura} \quad A = 1.96 \text{ m}^2$$

N_{i0} spinta orizzontale dell'eventuale volta presente al livello i-esimo

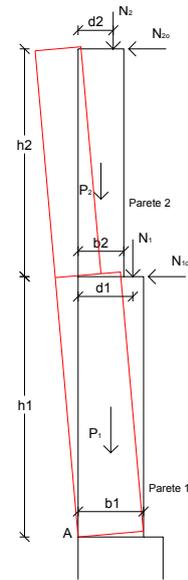


Figura 2

Sulla base delle informazioni complessivamente acquisite sul fabbricato, si assume un livello di conoscenza LC1 (§ C8A.1.A, Circ. n.617 del 2/2/09), che porta all'adozione di un fattore di confidenza $f_c = 1,35$ (Tabella C8A.1.1, Circ. n.617 del 2/2/09) e all'utilizzo dei valori minimi di resistenza riportati nella Tabella C8A.2.1 per la tipologia muraria in considerazione.

Dalle verifiche in situ condotte si ipotizza che la muratura che compone l'edificio sia in pietre a spacco con buona tessitura, dalla tabella C8A.2.1 della Circ. n.617 2/2/09 risultano i valori di seguito riportati:

Peso specifico medio della muratura $w = 21.0 \text{ kN/m}^3$

Resistenza media a compressione della muratura $f_m = 260 \text{ N/cm}^2$

Resistenza media a taglio della muratura $\tau_0 = 5,6 \text{ N/cm}^2$

Il coefficiente parziale di sicurezza γ_s da utilizzare per il progetto sismico delle strutture in muratura è pari a 2 (§7.8.1.1 del D.M. 14.01.08). I valori di calcolo delle resistenze sono pertanto i seguenti:

- σ_r (resistenza a compressione di calcolo della muratura): $\sigma_r = f_m / f_c / \gamma_s = 260 \text{ N/cm}^2 / 1,35 / 2 = 96 \text{ N/cm}^2$

- f_{v0} (resistenza a taglio di calcolo della muratura in assenza di compressione): $f_{v0} = \tau_0 / f_c / \gamma_s = 5.6 \text{ N/cm}^2 / 1,35 / 2 = 2,07 \text{ N/cm}^2$.

Analisi dei carichi

Le azioni di calcolo, in riferimento ai carichi permanenti e accidentali ipotizzati, vengono valutate secondo le Norme Tecniche per le Costruzioni (D.M. 14.01.08).

Le verifiche allo stato limite in considerazione, devono essere effettuate per la combinazione dell'azione sismica con le altre azioni fornita dall'eq. 3.2.16 del D.M. 14.01.08:

$$G_1 + G_2 + P + E + \sum_j (\psi_{2j} Q_{kj}).$$

I valori dei coefficienti di combinazione ψ_{2i} sono riportati nella tabella 2.5.I del D.M. 14.01.08, e nel presente caso valgono $\psi_{2i} = 0,3$ per categoria A – ambienti ad uso residenziale; $\psi_{2i} = 0,2$ per neve a quota > 1000m s.l.m..

Gli effetti dell'azione sismica saranno valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali: (eq. 3.2.17 D.M. 14.01.08):

$$G_1 + G_2 + \sum_j (\psi_{2j} Q_{kj}).$$

In relazione all'edificio allo studio, i dati dimensionali della parete analizzata ed i relativi carichi risultano pari a quelli riportati nella tabella seguente, in riferimento alla geometria del cinematiso in considerazione, riportata in Figura 2 (nel caso in esame $N_{1o} = N_{2o} = 0$ kN):

DATI DELLE PARETI					
N =	3	b ₁ =	0,45 m	b ₂ =	0,45 m
Z =	3,3 m	h ₁ =	2,6 m	h ₂ =	2,4 m
h _{tot} =	8,3 m	N ₁ =	75,58 kN	N ₂ =	106,33 kN
h _{bar} =	3,0 m	d ₁ =	0,30 m	d ₂ =	0,30 m
l =	6,8 m	P ₁ =	167,08 kN	P ₂ =	154,22 kN

Calcolo del cinematismo

Il sistema oggetto di studio è composto da un blocco monolitico, che comprende in altezza gli ultimi due livelli di una parete. La scelta di questa porzione di facciata è legata alle condizioni di vincolo presenti nel manufatto che portano a ritenere maggiormente probabile un eventuale ribaltamento fuori piano degli ultimi due livelli.

La parete si considera investita dall'azione sismica con direzione ortogonale al proprio piano: essa è quindi soggetta ad un sistema di forze verticali ed orizzontali, comprendente i pesi e le forze orizzontali instabilizzanti ad essi proporzionali. La rotazione monolitica della parete avviene attorno alla cerniera A (Figura 3), arretrata rispetto al filo esterno del muro in seguito a parzializzazione della sezione e concentrazione degli sforzi. La cerniera cilindrica attorno a cui ruota la parete si forma quindi lungo una linea più interna rispetto allo spigolo della parete.

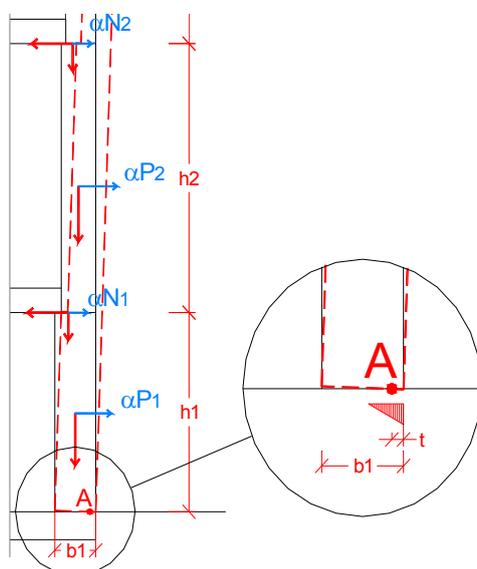


Figura 3

La muratura è considerata completamente non reagente a trazione e si ipotizza una distribuzione lineare delle tensioni di compressione, il polo di rotazione è assunto nel baricentro delle tensioni di compressione. L'arretramento t rispetto allo spigolo è quindi:

$$t = \frac{2 \cdot \sum_i W_i}{3 \cdot \sigma_r \cdot l} = 5,1 \text{ cm}$$

con: $\sum_i W_i$ peso totale della parete e di tutti i carichi gravanti su di essa

$\sigma_r = 0.96 \text{ MPa}$ resistenza a compressione della muratura

$l = 6.8 \text{ m}$ lunghezza della parete

La parete muraria sarà soggetta all'azione di un momento ribaltante (dato dalla somma dell'azione sismica relativa al peso e al carico a livello degli impalcati) che tenderà a farla ruotare attorno alla cerniera cilindrica che si forma alla base. Questa azione è contrastata dall'azione di un momento stabilizzante di segno opposto generato dalla forza peso della parete stessa e dei carichi che su di essa gravano. Imponendo le condizioni d'equilibrio si ottiene il valore del moltiplicatore dei carichi α_0 che attiva il meccanismo considerato:

$$M_S = P_1 \cdot \left(\frac{b_1}{2} - t\right) + N_1 \cdot (d_1 - t) + P_2 \cdot \left(\frac{b_2}{2} - t\right) + N_2 \cdot (d_2 - t) = 101.09 \text{ kNm}$$

$$M_I = \alpha P_1 \cdot \frac{h_1}{2} + \alpha N_1 \cdot h_1 + \alpha P_2 \cdot \left(h_1 + \frac{h_2}{2}\right) + \alpha N_2 \cdot h_{tot} + N_{1o} \cdot h_1 + N_{2o} \cdot h_{tot} = \alpha \cdot 1531.41 \text{ kNm}$$

$$M_S = M_I \Rightarrow \alpha_0 = 0.066$$

Considerando un atto di rotazione virtuale della parete attorno alla cerniera A, considerando lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione del carico N_2 (posto all'altezza $H = h_1 + h_2 = 5.0$ m rispetto alla base della parete) come punto di spostamento di controllo unitario si possono ricavare le espressioni degli spostamenti virtuali orizzontali $\delta_{x,i}$ dei punti di applicazione degli i-esimi carichi:

$$\delta_{x,N_2} = 1 = (h_1 + h_2) \cdot \vartheta \Rightarrow \vartheta = \frac{1}{h_1 + h_2}, \quad \delta_{x,P_2} = \left(h_1 + \frac{h_2}{2}\right) \vartheta = \frac{h_1 + h_2/2}{h_1 + h_2} = 0.76,$$

$$\delta_{x,N_1} = h_1 \cdot \vartheta = \frac{h_1}{h_1 + h_2} = 0.52, \quad \delta_{x,P_1} = \frac{h_1}{2} \cdot \vartheta = \frac{h_1/2}{h_1 + h_2} = 0.26:$$

La massa partecipante al cinematismo M^* è quindi data da (eq. C8A.4.3, Circ. n.617 del 2/2/09):

$$M^* = \frac{\left(N_2 \cdot \delta_{x,N_2} + P_2 \cdot \delta_{x,P_2} + N_1 \cdot \delta_{x,N_1} + P_1 \cdot \delta_{x,P_1}\right)^2}{g \cdot \left(N_2 \cdot \delta_{x,N_2}^2 + P_2 \cdot \delta_{x,P_2}^2 + N_1 \cdot \delta_{x,N_1}^2 + P_1 \cdot \delta_{x,P_1}^2\right)} = 42.10 \text{ kN},$$

e la frazione di massa partecipante è pari a (C8A.4.2.2, Circ. n.617 del 2/2/09):

$$e^* = \frac{g \cdot M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i} = \frac{g \cdot M^*}{P_1 + N_1 + P_2 + N_2} = 0.82.$$

L'accelerazione sismica spettrale a^* (eq. C8A.4.4, Circ. n.617 del 2/2/09) andrà opportunamente ridotta per tenere conto del Livello di Conoscenza raggiunto. Tenendo conto del fattore di confidenza $F_C = 1.35$, risulta quindi:

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot F_C} = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot F_C} = \frac{0.066 \cdot 9.81}{0.82 \cdot 1.35} = 0.584 \frac{m}{s^2}$$

Verifica dello SLV con analisi "lineare"

Ricordando che:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{\frac{3}{4}} = 0.05 \cdot 8.3^{0.75} = 0.24 \text{ s}$$

è il primo periodo di vibrazione dell'intera struttura nella direzione considerata (eq.7.3.5 D.M. 14.01.08),

$$q = 2$$

fattore di struttura,

$$Z = 3.3 \text{ m}$$

altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi,

$$H = 8.3 \text{ m}$$

altezza della struttura rispetto alla fondazione,

$$N = 3$$

è il numero di piani dell'edificio,

$$\psi(Z) = Z/H$$

(in assenza di valutazioni più accurate), è il primo modo di vibrare nella direzione considerata,

$$\gamma = 3N / (2N+1)$$

(in assenza di valutazioni più accurate), è il corrispondente coefficiente di partecipazione modale;

affinché il cinematismo risulti verificato è necessario controllare che l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo verifichi entrambe le disuguaglianze (eq. C8A.4.9 e C8A.4.10 della Circ. n.617 2/2/09):

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR})S}{q} = \frac{2.46 \cdot 1.2}{2.0} \frac{m}{s^2} = 1.474 \frac{m}{s^2} \quad (\text{per elemento isolato o porzione sostanzialmente appoggiata a terra e per porzioni in quota),}$$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q} = \frac{S_e(0.24) \cdot \frac{3.3}{8.3} \cdot \frac{9}{7}}{2.0} \frac{m}{s^2} = 1.782 \frac{m}{s^2} \quad (\text{per porzione della costruzione posta ad una certa quota).}$$

In tal caso, le disuguaglianze ($a_0^* = 0.584 \frac{m}{s^2} \geq 1.474 \frac{m}{s^2}$; $a_0^* = 0.584 \frac{m}{s^2} \geq 1.782 \frac{m}{s^2}$) sono entrambe non verificate.

La porzione di edificio considerata **non è verificata** in relazione al cinematismo implementato: la capacità del sistema analizzato è circa il 33% della domanda richiesta dalla normativa.

Verifica dello SLV con analisi “non lineare”

L'evoluzione del cinematismo si segue per via analitico - numerica, considerando una successione di rotazioni virtuali finite e aggiornando la geometria variata del sistema: fissata una rotazione finita θ_k , si può determinare il moltiplicatore α ad essa corrispondente così come fatto nel caso della configurazione iniziale del sistema, tenendo però conto della variazione della geometria. Tramite relazioni trigonometriche, supponendo che le azioni restino costanti, è possibile ricavare le espressioni per i bracci delle forze agenti in funzione della rotazione θ_k che si fa compiere alla struttura e seguire la variazione del coefficiente α fino al suo annullamento. Ad esempio, per il momento stabilizzante M_s è possibile ricavare, nella generica configurazione variata, la seguente espressione:

$$M_s = \sum_i P_i \cdot R_{P_i} \cdot \cos(\beta_{P_i} + \theta) + N_i \cdot R_{N_i} \cdot \cos(\beta_{N_i} + \theta) - N_{io} \cdot R_{N_{io}} \cdot \sin(\beta_{N_{io}} + \theta)$$

dove: R_i è il raggio che unisce il polo di rotazione e il punto di applicazione della generica forza P_i ,

b_i è l'angolo che il raggio forma con l'orizzontale.

Si ricava (notazioni in relazione alla Figura 4):

$$\beta_{P_1} = \arctg\left(\frac{h_1/2}{b_1/2-t}\right) = 1.438 \text{ rad}, \quad \beta_{N_1} = \arctg\left(\frac{h_1}{d_1-t}\right) = 1.475 \text{ rad},$$

$$\beta_{P_2} = \arctg\left(\frac{h_1+h_2/2}{b_2/2-t}\right) = 1.525 \text{ rad}, \quad \beta_{N_2} = \arctg\left(\frac{h_{tot}}{d_2-t}\right) = 1.521 \text{ rad};$$

$$R_{P_1} = \sqrt{\left(\frac{h_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{2}-t\right)^2} = 1.312 \text{ m}, \quad R_{N_1} = \sqrt{h_1^2 + (d_1-t)^2} = 2.612 \text{ m},$$

$$R_{P_2} = \sqrt{\left(h_1 + \frac{h_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{b_2}{2}-t\right)^2} = 3.804 \text{ m}, \quad R_{N_2} = \sqrt{h_{tot}^2 + (d_2-t)^2} = 5.006 \text{ m},$$

$$M_s = P_1 \cdot R_{P_1} \cdot \cos(\beta_{P_1} + \theta_k) + N_1 \cdot R_{N_1} \cdot \cos(\beta_{N_1} + \theta_k) + P_2 \cdot R_{P_2} \cdot \cos(\beta_{P_2} + \theta_k) + N_2 \cdot R_{N_2} \cdot \cos(\beta_{N_2} + \theta_k) - N_{1o} \cdot R_{N_1} \cdot \sin(\beta_{N_1} + \theta_k) - N_{2o} \cdot R_{N_2} \cdot \sin(\beta_{N_2} + \theta_k)$$

Aumentando l'angolo di rotazione, si ha una diminuzione del braccio delle forze verticali rispetto alla cerniera cilindrica (per alcuni valori di θ_k , il punto di applicazione di alcune forze esce dal filo della parete su cui si trova il polo di rotazione e, in questi casi, il momento generato da tali forze, che diventano instabilizzanti, sarà negativo, contribuendo alla diminuzione del momento resistente) e un aumento del braccio delle forze orizzontali: ne consegue una diminuzione del momento stabilizzante, che in una certa configurazione arriva ad annullarsi, e un aumento del momento ribaltante. A questo corrisponde, per quanto detto, una diminuzione del coefficiente α , che si annullerà in quella configurazione in cui è nullo il momento resistente.

È possibile determinare l'angolo θ_{k0} (cui corrisponde lo spostamento d_{k0} del punto di controllo considerato) che caratterizza la configurazione per cui si ha l'annullamento del moltiplicatore α e quindi del momento stabilizzante M_s , in via semplificata, mantenendo costanti all'evolversi del cinematismo le diverse azioni presenti: la configurazione cercata può essere ottenuta esprimendo la geometria in una generica configurazione variata, funzione della rotazione finita θ_{k0} , calcolando l'espressione per il momento resistente (Figura 4), ponendo:

$$M_s = \sum_i P_i \cdot R_{P_i} \cdot \cos(\beta_{P_i} + \theta) + N_i \cdot R_{N_i} \cdot \cos(\beta_{N_i} + \theta) - N_{io} \cdot R_{N_{io}} \cdot \sin(\beta_{N_{io}} + \theta) = 0$$

dove: R_j è il raggio che unisce il polo A al punto di applicazione della forza P_j

β_j è l'angolo che il raggio forma con l'orizzontale

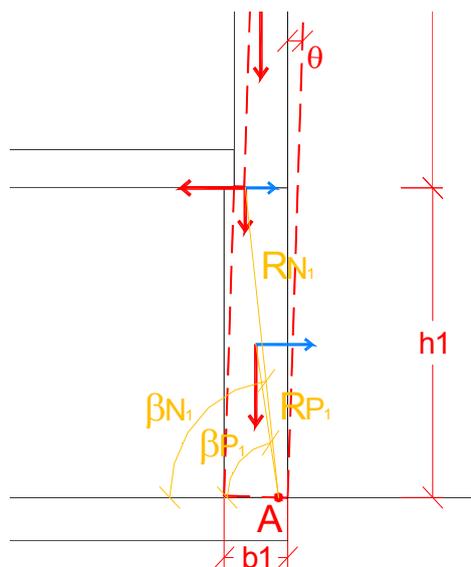


Figura 4

e ricavando da tale equazione l'incognita $\theta_{k0} = 3.8^\circ$.

Determinata la rotazione finita θ_{k0} si può ricavare il corrispondente spostamento d_{k0} . Come punto di controllo è assunto il baricentro delle forze verticali, la cui altezza rispetto al polo di rotazione è:

$$h_{bar} = \frac{h_1 N_1 + \frac{h_1}{2} P_1 + h_{tot} N_2 + \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right) P_2}{N_1 + P_1 + N_2 + P_2} = 3.00 \text{ m}$$

Lo spostamento d_{k0} del punto di controllo che si ha in corrispondenza dell'annullamento di ogni capacità del sistema di sopportare azioni orizzontali è quindi:

$$d_{k0} = h_{bar} \cdot \sin(\theta_{k0}) = 0.20 \text{ m}$$

Avendo seguito passo-passo le successive configurazioni variate del sistema in esame, è nota con precisione la variazione del coefficiente di collasso α al variare di θ_k ; è di conseguenza noto anche il legame tra α e lo spostamento generalizzato d_k del punto di controllo della struttura ed è quindi possibile definire la curva ad esso relativa. A questo punto deve essere definita la curva di capacità del corrispondente oscillatore semplice.

Lo spostamento spettrale d^* (eq. C8A.4.5, Circ. n.617 del 2/2/09) dell'oscillatore equivalente a 1 g.d.l può essere ottenuto da:

$$d_0^* = d_{k0} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}^2}{\delta_{x,k} \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}} = d_{k0} \cdot \frac{N_2 \cdot \delta_{x,N_2}^2 + P_2 \cdot \delta_{x,P_2}^2 + N_1 \cdot \delta_{x,N_1}^2 + P_1 \cdot \delta_{x,P_1}^2}{\frac{h_{bar}}{h_1 + h_2} \cdot (N_2 \cdot \delta_{x,N_2} + P_2 \cdot \delta_{x,P_2} + N_1 \cdot \delta_{x,N_1} + P_1 \cdot \delta_{x,P_1})} = 0.24 \text{ m}$$

essendo $\bar{\delta}_{x,k}$ lo spostamento virtuale orizzontale del punto assunto come riferimento per la determinazione di d_k , e quindi, nel caso in analisi, del baricentro delle forze verticali.

Risulta così nota la curva di capacità del sistema in esame. Lo spostamento spettrale per la verifica allo stato limite ultimo è definito dalla normativa a partire dallo spostamento spettrale d_0^* che si ha in corrispondenza dello spostamento d_{k0} (§ C8A.4.2.3, Circ. n.617 del 2/2/09).

Secondo la normativa (§ C8A.4.2.2, Circ. n.617 del 2/2/09) il valore dallo spostamento spettrale deve corrispondere al minore fra gli spostamenti così definiti:

- a) il 40% dello spostamento per cui si annulla l'accelerazione spettrale a^* , valutata su una curva in cui si considerino solamente le azioni di cui è verificata la presenza fino al collasso;
- b) lo spostamento corrispondente a situazioni localmente incompatibili con la stabilità degli elementi della costruzione (ad esempio, sfilamento di travi), nei casi in cui questo sia valutabile.

Date le condizioni del caso in esame il valore più significativo si ritiene pari a:

$$d_u^* = 0.4 \cdot d_0^* = 0.098 \text{ m}$$

La domanda di spostamento viene valutata sullo spettro in corrispondenza del periodo secante T_s (§. C8A.4.2.3 della Circ. n.617 2/2/09):

$$d_s^* = 0.40 \cdot d_u^* = 0.04 \text{ m}, \quad a_s^* = a_0^* \cdot \left(1 - \frac{d_s^*}{d_0^*}\right) = 0.49 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow T_s = 2\pi \sqrt{\frac{d_s^*}{a_s^*}} = 1.77 \text{ s}$$

Ricordando che, il periodo di vibrare della struttura può essere stimato pari a (eq. 7.3.5 D.M. 14.01.08):

$$T_1 = C_1 \cdot H^{\frac{3}{4}} = 0.05 \cdot 8.3^{0.75} = 0.24 \text{ s}$$

La verifica di sicurezza viene svolta mediante spettro di capacità, che risulterà soddisfatta se la capacità di spostamento ultimo d_u^* del meccanismo locale e la domanda di spostamento Δ_d (T_s) soddisfano la relazione $\Delta_d \leq d_u^*$ e, quindi, se lo spostamento richiesto alla struttura in presenza di evento sismico risulta minore dello spostamento ultimo per collasso del meccanismo. Si ha (eq. C8A.4.11 e C8A.4.12, Circ. n.617 del 2/2/09):

$$d_u^* \geq \max \left(S_{De}(T_s), S_{De}(T_1) \cdot \frac{Z}{H} \cdot \frac{3N}{2N+1} \cdot \frac{\left(\frac{T_s}{T_1}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{T_s}{T_1}\right)^2 + 0.02 \frac{T_s}{T_1}}} \right) \Rightarrow$$

$$0.098 \text{ m} \geq \max \left(S_{De}(1.77) = 0.104; S_{De}(0.24) \cdot \frac{3.3}{8.3} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3 + 1} \cdot \frac{\left(\frac{1.77}{0.24}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{1.77}{0.24}\right)^2 + 0.02 \frac{1.77}{0.24}}} = 0.05 \right) = 0.104 \text{ m}$$

per cui la porzione di edificio anche per l'analisi "non lineare" **non è verificata** in relazione al cinematiso implementato: la capacità di spostamento del sistema analizzato è circa il 93% della domanda di spostamento richiesta dalla normativa.

Calcolo del tirante

L'analisi dei risultati emersi dal calcolo, svolto considerando gli adeguati coefficienti riduttivi della capacità in relazione al livello di conoscenza, indica una condizione complessiva carente relativamente al rischio sismico per la struttura analizzata.

Al fine di inibire il meccanismo evidenziato ipotizziamo l'inserimento di una coppia di tiranti a livello degli impalcati (Figura 5). Gli sforzi nei tiranti (T_1 per la parete 1, T_2 per la parete 2) appaiono oltre un certo valore di α_0 per impedire la doppia possibilità di ribaltamento della parete 2 attorno allo spigolo B o dell'insieme delle due attorno allo spigolo A. Gli sforzi di trazione sui tiranti si calcolano quindi con l'equilibrio alla rotazione, attorno alla cerniera B (per determinare T_2) e alla cerniera A (per determinare T_1).

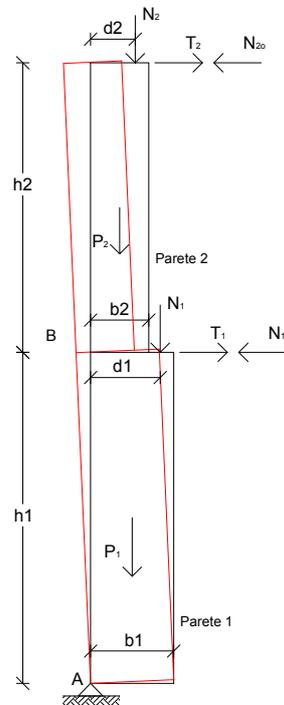


Figura 5

La posizione delle cerniere A e B è individuata dal punto in cui termina la sezione reagente, la cui ampiezza (distanza t_1 e t_2) si può determinare limitando la massima tensione al lembo più compresso al valore $\sigma_r = 0.96$ MPa:

$$t_2 = \frac{2 \cdot \sum_i W_i}{3 \cdot \sigma_r \cdot l} = \frac{2 \cdot (N_2 + P_2)}{3 \cdot 0.96 \cdot 6.8} = 2.7 \text{ cm}$$

$$t_1 = \frac{2 \cdot \sum_i W_i}{3 \cdot \sigma_r \cdot l} = 5.1 \text{ cm}$$

Nell'equazione del momento ribaltante per la parete 2 attorno allo spigolo B, si deve tenere in considerazione la forza di trattenimento esercitata dal tirante T_2 .

Considerando che anche in questo caso le forze orizzontali sono le forze inerziali, dall'equilibrio dei momenti attorno al centro di rotazione B risulta quindi:

$$M_S = P_2 \left(\frac{b_2}{2} - t_2 \right) + N_2 (d_2 - t_2) + (T_2 - N_{2o}) \cdot h_2$$

$$M_R = \alpha_0 \cdot \left(P_2 \frac{h_2}{2} + N_2 \cdot h_2 \right)$$

$$T_2 = \alpha_0 \cdot \left(\frac{P_2}{2} + N_2 \right) - \frac{1}{h_2} \left[P_2 \left(\frac{b_2}{2} - t_2 \right) + N_2 (d_2 - t_2) - N_{2o} \cdot h_2 \right]$$

Analogamente, nel calcolare il momento ribaltante dell'insieme dei due corpi attorno al centro di rotazione A, si devono tenere in conto le azioni di trattenimento di entrambi i tiranti T_1 e T_2 .

Si ricava quindi:

$$M_S = P_1 \left(\frac{b_1}{2} - t_1 \right) + P_2 \left(\frac{b_2}{2} - t_1 \right) + N_1 (d_1 - t_1) + N_2 (d_2 - t_1) + (T_1 - N_{1o}) h_1 + (T_2 - N_{2o}) \cdot h_{tot}$$

$$M_R = \alpha_0 \cdot \left(P_1 \frac{h_1}{2} + N_1 \cdot h_1 + P_2 \left(\frac{h_2}{2} + h_1 \right) + N_2 \cdot h_{tot} \right)$$

$$T_1 = \alpha_0 \cdot \left(\frac{P_1}{2} + N_1 + P_2 + N_2 + \frac{P_2 h_2}{2 h_1} + N_2 \frac{h_2}{h_1} \right) - \frac{1}{h_1} \left[P_1 \left(\frac{b_1}{2} - t_1 \right) + P_2 \left(\frac{b_2}{2} - t_1 \right) + N_1 (d_1 - t_1) + N_2 (d_2 - t_1) - N_{1o} h_1 + (T_2 - N_{2o}) \cdot h_{tot} \right]$$

Imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione tramite l'uguaglianza dei momenti ribaltanti e stabilizzanti, è possibile trovare il coefficiente di attivazione α_0 espresso in funzione dello sforzo nei tiranti, T_1 e T_2 .

Se i tiranti esistono già e sappiamo qual è l'azione limite da loro sopportabile, ossia conosciamo il massimo T_2 e T_1 esplicabile, otteniamo il coefficiente sismico di attivazione ultimo per quest'insieme di pareti vincolate alla loro sommità.

Se invece si utilizza il valore di α_0 tale da soddisfare la verifica SLU lineare (semplificata) proposta dalla normativa sismica (eq. C8A.4.9 e C8A.4.10 della Circ. n.617 2/2/09), si ottiene il valore dello sforzo nei tiranti richiesto per l'azione sismica di progetto, e si può passare al loro dimensionamento.

Imponendo:

$$a_0^* = \max \left(\frac{a_g(0.10) \cdot S}{q}; \frac{S_e(T_1) \cdot \frac{Z}{H} \cdot \frac{3N}{2N+1}}{q} \right) = 1.782 \frac{m}{s^2}$$

si ha

$$\alpha_0 = \frac{a_0^* \cdot e^* \cdot F_c}{g} = \frac{1.782 \cdot 0.82 \cdot 1.35}{9.81} = 0.20$$

Ne risultano individuati i valori (complessivi) degli sforzi nei tiranti:

$$T_2 = 11.21 \text{ kN}$$

$$T_1 = 54.98 \text{ kN}$$

Tali valori andrebbero, per coerenza, proporzionati con riferimento alla tensione limite, ma a favore di sicurezza conviene mantenere lo stato tensionale al di sotto dello snervamento per garantire il contatto tra la parete esterna e quelle di controvento evitando ogni possibilità di plasticizzazione dei tiranti.

Considerando, ad esempio, 4 tiranti \varnothing 18 mm in acciaio AISI 304 (tensione di snervamento $f_y = 240$ MPa, coeff. parziale di sicurezza per l'acciaio $\gamma_s=1$ in caso sismico), due a livello del primo orizzontamento e due a livello della copertura, ogni tirante è in grado. È necessario eseguire tre verifiche:

1. meccanismo di rottura relativo allo snervamento dei tiranti (T_1);
2. meccanismo di rottura relativo al punzonamento della muratura nelle zone di ancoraggio (T_2);
3. meccanismo di rottura relativo alla resistenza del muro nei confronti della penetrazione dell'ancoraggio, dovuta ad eccesso di pressione di contatto (T_3).

Per l'analisi è ragionevole scegliere il minimo valore ottenuto.

$$T_1 = A \cdot f_y = \frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 240}{10^3} = 61,0 \text{ kN}$$

$$T_2 = f_v \cdot [2 \cdot (b+t) + 2 \cdot (a+t)] \cdot t = 27,9 \text{ kN}$$

$$T_3 = \sigma_r \cdot a \cdot b = 86,4 \text{ kN}$$

dove:

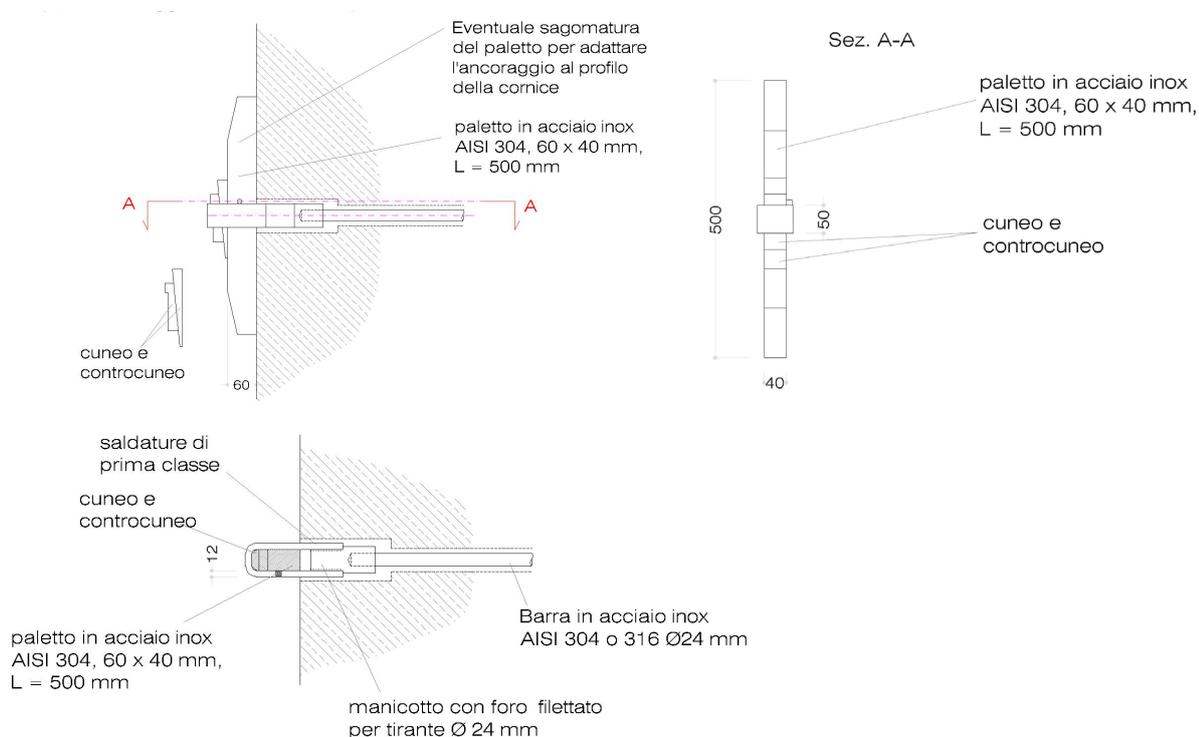
- f_y è la tensione di snervamento dei tiranti, nel caso in esame assunta pari a 240 MPa
- A_s è l'area della sezione trasversale dei tiranti (diametro $\varnothing 18$), pari a 254,5 mm²
- a è l'altezza delle piastre di ancoraggio dei tiranti, pari a 0,3 m
- b è la larghezza delle piastre di ancoraggio dei tiranti, pari a 0,3 m
- t è lo spessore della parete su cui sono ancorati i tiranti, pari a 0,45 m
- σ_r è la resistenza a compressione di calcolo della muratura, pari a $\sigma_r = f_m/f_c/\gamma_s = 260 \text{ N/cm}^2/1,35/2 = 96 \text{ N/cm}^2$
- f_v è la resistenza a taglio di calcolo della muratura, valutata come $f_v = \tau_0/f_c/\gamma_s = 5,6 \text{ N/cm}^2/1,35/2 = 2,07 \text{ N/cm}^2$, trascurando la tensione di compressione lungo le facce di scorrimento, di entità molto esigua per il caso in esame.

Dai risultati ottenuti il minimo è pari a $T=27,9 \text{ kN}$. Saranno quindi necessari 2 tiranti (per piano) per un $T_{\text{totale}}=55,80 \text{ kN}$, superiore al tiro necessario (54,98 kN)

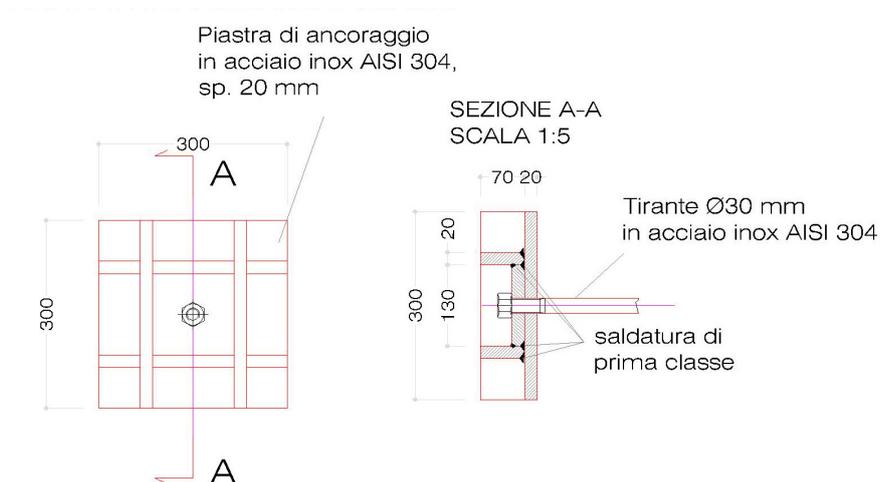
Da precisare che nel caso in cui per il calcolo del tirante si sia fatto riferimento ad una porzione di parete unitaria sarà necessario moltiplicare il valore del tiro per l'area di afferenza della singola catena.

Particolari costruttivi

Particolare tipo: capochiave a paletto di ancoraggio barre $\varnothing 24$ mm



Particolare tipo: piastra rettangolare ad incasso di ancoraggio barre $\varnothing 30$ mm



Nota: dettagli esecutivi tipo per interventi di incatenamento descritti al § 3.2.1.1 delle "Linee guida per la riparazione e il rafforzamento di elementi strutturali, tamponature e partizioni".