

CAPITOLO 6: PROVE EDOMETRICHE

La prova edometrica è una prova di compressione assiale senza deformazione laterale, serve a determinare le caratteristiche di comprimibilità dei terreni.

Una prova edometrica viene fatta in laboratorio allo scopo di riprodurre le condizioni di consolidazione monodimensionale. Tali prove vengono eseguite mediante un particolare strumento definito EDOMETRO il quale impedisce la dilatazione trasversale.

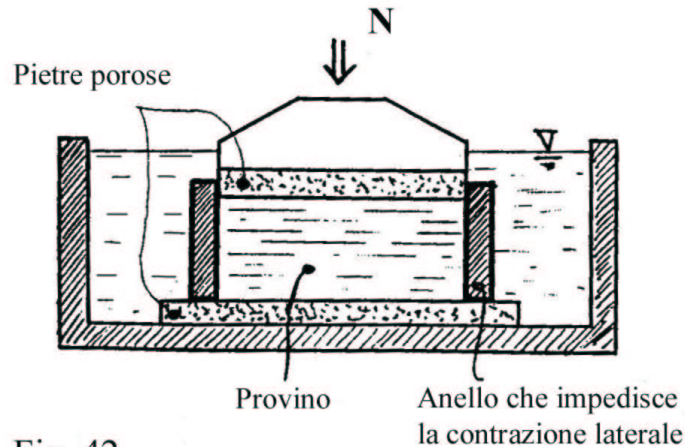


Fig. 42

All'istante $t=0$ sul provino viene applicato un carico e la diretta conseguenza è quella di un incremento delle pressioni neutre all'interno dell'acqua contenuta tra i pori. Con il procedere del tempo il fenomeno è caratterizzato da una successiva riduzione delle pressioni neutre ed un conseguente aumento delle tensioni efficaci che provocano il consolidamento del provino. Tale fenomeno è permesso dalla presenza delle pietre porose che drenano l'acqua portata in superficie dal moto di filtrazione che si instaura a seguito della differenza di pressione.

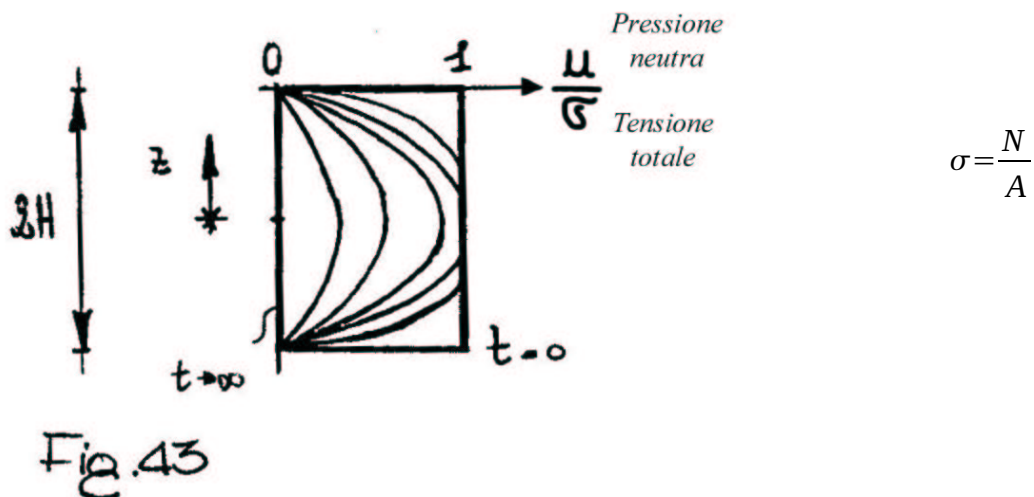
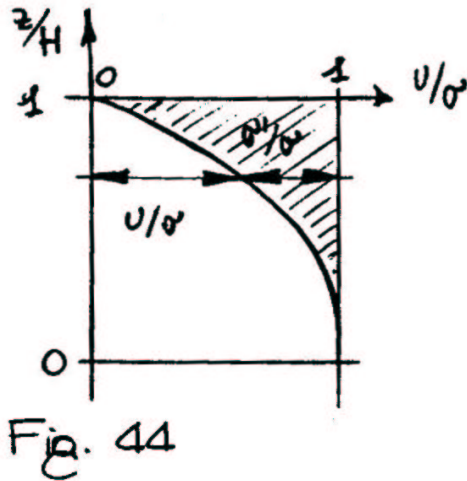


Fig. 43

La diminuzione delle pressioni neutre avviene in entrambe le direzioni, in quanto sui due lati sono presenti le pietre porose che permettono il drenaggio dell'acqua. All'aumentare del tempo t procede il processo di riduzione delle pressioni neutre e per $t \rightarrow \infty$ la distribuzione tende a diventare identicamente nulla.

Andiamo ora a calcolare i cedimenti in un determinato istante di tempo. Per fare questo calcolo consideriamo una generica distribuzione delle pressioni neutre:

Se il carico viene applicato nell'istante $t=0$ e poi viene mantenuto costante allora $\sigma = \text{cost.}$ e quindi al trascorrere del tempo una diminuzione delle pressioni neutre provoca un aumento delle tensioni efficaci con un conseguente cedimento del terreno.



Vediamo di calcolare il cedimento w .

$$w = \int_H \varepsilon_z dz$$

Ipotesi: supponiamo che il terreno presenti un comportamento ideale, cioè la deformazione possa essere espressa attraverso una relazione lineare con le tensioni efficaci.

$$\varepsilon_z = \frac{1}{M} \sigma_z^I \quad w = \frac{1}{M} \int_H \sigma_z^I dz = \frac{1}{M} \int_H (\sigma_z - u) dz$$

La tensione σ_z è costante per le motivazioni precedentemente espresse:

$$w = \frac{1}{M} \sigma_z H - \frac{1}{M} \int_H u dz$$

Inizialmente il cedimento w è nullo in quanto la distribuzione di tensioni totali (che è sempre costante) coincide con la distribuzione delle pressioni neutre. All'istante $t \rightarrow \infty$ la distribuzione delle pressioni neutre è identicamente nulla e quindi il cedimento è dato

dall'espressione:

$$w_f = \frac{1}{M} \sigma_z H$$

Questo valore di cedimento è quello che si avrebbe istantaneamente se il carico fosse stato applicato sullo stesso terreno in condizioni di assenza di acqua.

Il ritardo nella realizzazione del cedimento finale è dovuto quindi alla necessità di espulsione di acqua mediante un moto di filtrazione.

A questo punto è possibile andare a definire il **GRADO DI CONSOLIDAZIONE** di un terreno attraverso la seguente relazione:

$$U = \frac{w(t)}{w_f}$$

Secondo la relazione precedentemente ricavata per il cedimento $w(t)$ si può scrivere che:

$$\begin{aligned} U &= \frac{\frac{1}{M} \sigma_z H - \frac{1}{M} \int_0^H u dz}{\frac{1}{M} \sigma_z H} = 1 - \frac{\int_0^H u dz}{\sigma_z H} = 1 - \frac{1}{\sigma_z H} \int_0^H u dz = \\ &= 1 - \int_0^H \frac{u}{\sigma_z} \frac{dz}{H} = 1 - \int_0^1 \frac{u}{\sigma_z} d\left(\frac{z}{H}\right) \end{aligned}$$

Si può osservare da questa relazione che il grado di consolidazione U ad un certo istante di tempo rappresenta l'area che è stata tratteggiata nel diagramma della distribuzione delle tensioni in forma adimensionalizzata.

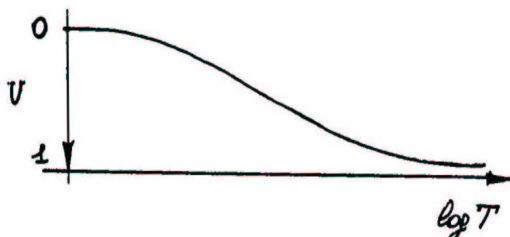
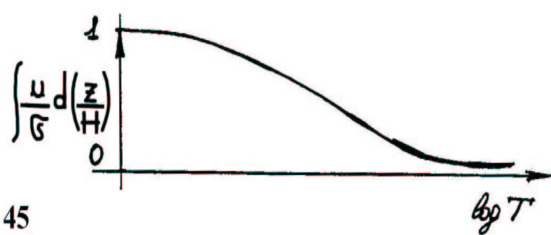


Fig. 45



Fino a questo punto abbiamo considerato dei terreni ideali in cui la deformazione dello scheletro solido poteva essere espressa mediante una relazione lineare con le tensioni efficaci. Le deformazioni che abbiamo ricavato da una analisi teorica devono essere messe a confronto con i risultati che si ottengono dal punto di vista sperimentale tramite delle prove edometriche.

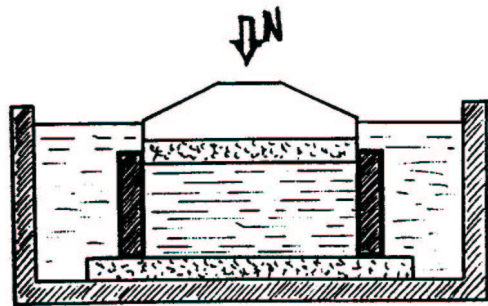


Fig. 46

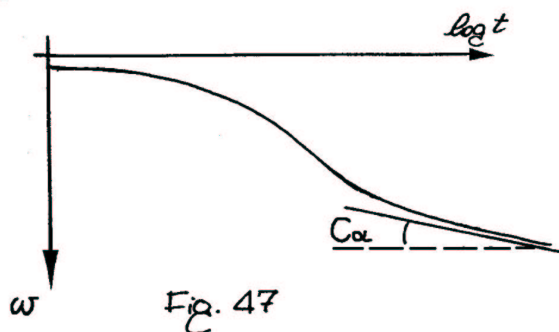


Fig. 47

Se la prova edometrica viene fatta su un provino saturo allora all'interfaccia dello stesso si formano nell'acqua delle tensioni superficiali che danno origine alla presenza di menischi di aria. La presenza di questi menischi può dare origine a delle pressioni negative le quali possono alterare il risultato della prova in quanto alla fine del processo le pressioni neutre devono risultare nulle. Per evitare questo processo tutto il sistema di prova viene immerso sotto uno strato d'acqua.

A seguito della prova edometrica si può ottenere il seguente andamento del cedimento w in funzione del tempo t . Da questo diagramma sperimentale si può immediatamente riscontrare una differenza rispetto al comportamento ideale del terreno.

In questa situazione la curva tende ad un asintoto obliquo con coefficiente angolare C_α , mentre nel caso ideale la convergenza del cedimento w era ad un asintoto orizzontale.

Il motivo di questa differenza è il seguente:

nel caso del comportamento ideale del terreno avevamo tenuto conto degli effetti viscosi del moto di filtrazione che si generano tra granello e granello attraverso la legge di Darcy. Nella realtà però bisogna tener conto che esiste un altro comportamento viscoso che è quello dello scheletro solido. Questa osservazione ci porta a concludere che i cedimenti subiti dal terreno non sono dovuti esclusivamente alla sola consolidazione generata dal moto di filtrazione.

Possiamo quindi distinguere:

- **consolidazione primaria:** è quella dovuta al moto di filtrazione, mediante il quale le tensioni totali si scaricano sullo scheletro solido;
- **consolidazione secondaria:** è quella dovuta al comportamento viscoso del terreno secondo il quale si genera deformazione anche ad un livello costante di tensione efficace.

I due fenomeni, quello di consolidazione primaria e secondaria coesistono lungo tutta la fase di scarico delle pressioni neutre, ma la consolidazione secondaria apporta un contributo alla deformazione meno importante, inoltre essa dipende dal tipo di terreno, dallo stato tensionale e dalla storia di carico.

Lo scopo delle prove edometriche comunque è quello di costruire le curve che legano la deformazione del terreno alla relativa tensione di consolidazione σ_z^I .

Al valore della tensione di consolidazione σ_z^I possono essere associati diversi valori di deformazione in funzione del tempo in cui questa viene misurata.

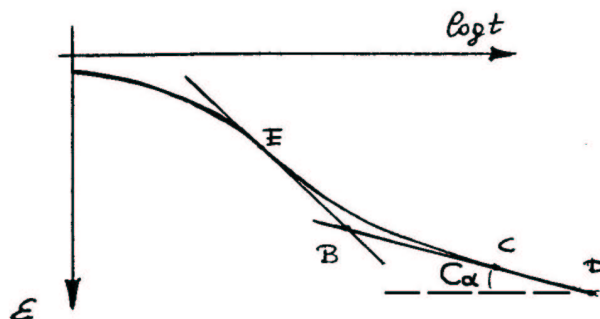


Fig. 48

Il valore della deformazione che viene impiegato nel tracciamento della curva sforzi-deformazione è quello che compete alla consolidazione primaria ed è ottenuto dal punto di incontro tra la retta EB tangente nel punto di flesso e la retta CB che definisce l'asintoto obliquo al diagramma sperimentale. Da ogni prova si può determinare un valore della coppia σ_z', ε_z da riportare nel relativo diagramma, il quale viene rappresentato in scala semilogaritmica.

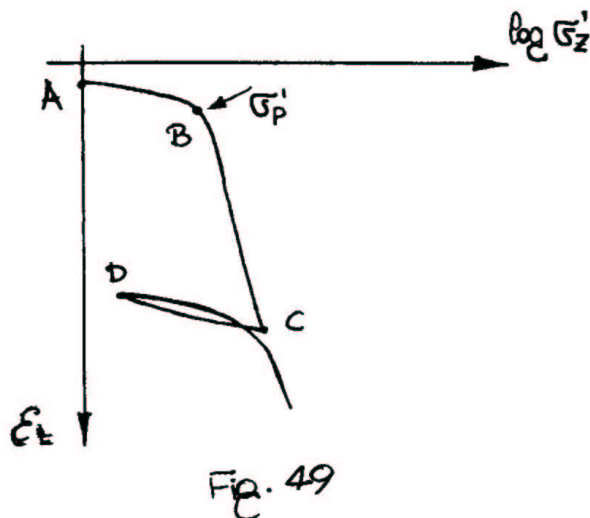


Fig. 49

Il primo tratto della curva (AB) è detto tratto di ricompressione; la compressibilità del terreno è modesta e il comportamento è di tipo elastico ma non lineare.

Una volta raggiunto il punto B aumenta bruscamente la compressibilità del terreno ed il comportamento è di tipo elasto-plastico. Il tratto BC viene definito di compressione.

Se nel punto C avviene lo scarico del provino allora nel tratto CD (tratto di rigonfiamento e scarico) avviene un recupero di un'aliquota di deformazione (porzione elastica) e il provino mantiene una quota deformativa non nulla che rappresenta la porzione plastica.

La tensione è un aspetto molto importante nella previsione dei cedimenti che può subire un terreno in quanto tale valore tensionale rappresenta un punto di distinzione tra due diversi comportamenti deformativi del terreno.

Abbiamo visto che i risultati di una prova edometrica vengono rappresentati in un diagramma semilogaritmico (ε_z, σ_z'); un'altra possibile rappresentazione dei risultati di queste prove può essere fatta relazionando alle tensioni efficaci σ_z' i valori corrispondenti dell'indice dei vuoti.

Analizziamo la relazione esistente tra la grandezza deformativa e l'indice dei vuoti:

$$\varepsilon_z = \frac{w}{H} \quad e = \frac{V_v}{V_s}$$

con questa definizione della deformazione associata al problema sperimentale in esame viene considerata positiva quando si hanno deformazioni di compressione.

Ricordiamo inoltre che abbiamo supposto che la fase solida non può subire alcuna variazione di volume e quindi in un elemento di terreno la variazione di volume si ottiene in corrispondenza di espulsione d'acqua per cui corrisponde con la variazione del volume dei vuoti.

$$\Delta V = \Delta V_v$$

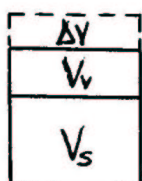
 t_0  t

Fig. 50

In uno stato di compressione a dilatazione laterale impedita la deformazione volumetrica coincide con la deformazione lineare ε_z :

$$\varepsilon_z = \varepsilon_v$$

Si può quindi scrivere che: $\varepsilon_z = \varepsilon_v = -\frac{\Delta V}{V_0}$

dove il segno meno deve essere inserito perché ad una deformazione positiva (di compressione) corrisponde una variazione volumetrica negativa. A questo punto cerchiamo di esprimere la deformazione in termini dell'indice dei vuoti.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta V}{V_0} &= -\frac{\Delta V_v}{V_0} = -\frac{\Delta V_v}{(V_v + V_s)_0} = \\ &= -\frac{\Delta V_v}{V_{v0} + V_{s0}} = -\frac{\frac{\Delta V_v}{V_{s0}}}{\frac{V_{v0}}{V_{s0}} + 1} = -\frac{\frac{\Delta V_v}{V_{s0}}}{1 + e_0}\end{aligned}$$

La quantità $\frac{\Delta V_v}{V_{s0}}$ rappresenta la variazione Δe dell'indice dei vuoti, infatti:

$$\Delta e = e_0 - e = \left(\frac{V_v}{V_s}\right)_0 - \left(\frac{V_v}{V_s}\right) = \frac{(V_v)_0 - (V_v)}{V_{s0}} = \frac{\Delta V_v}{V_{s0}}$$

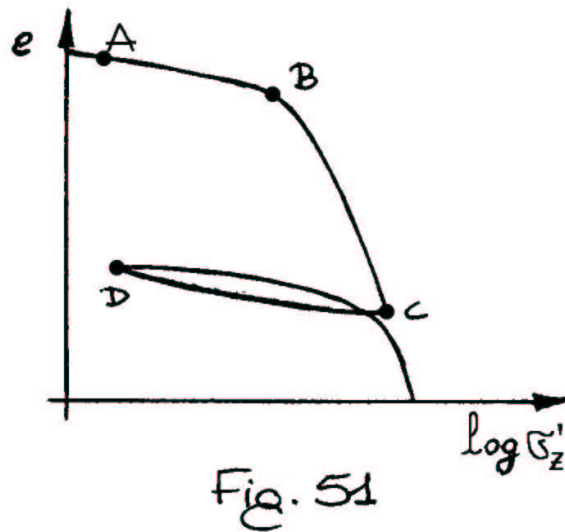
da cui si ottiene che:

$$\varepsilon_z = -\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

in conclusione:

$$\frac{w}{H} = -\frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

I risultati delle prove edometriche possono anche essere riferiti alla variabile indice dei vuoti in funzione del logaritmo della tensione efficace.



A seconda si faccia riferimento ai risultati della prova edometrica nel piano $(\log \sigma'_z, \varepsilon_z)$ oppure nel piano $(\log \sigma'_z, e)$ nei diversi tratti possono essere definiti dei coefficienti che assumono la denominazione rispettivamente di **rapporto di ...** e **indice di ...** in base al tratto considerato. Tali coefficienti rappresentano la pendenza delle curve nelle singole posizioni.

Tratto AB (ricomprensione)

rapporto di ricomprensione: $R_R = \frac{\Delta \varepsilon_z}{\Delta \log(\sigma'_z)}$

indice di ricomprensione: $C_R = -\frac{\Delta e}{\Delta \log(\sigma'_z)}$

Tratto BC (compressione)

rapporto di compressione: $R_C = \frac{\Delta \varepsilon_z}{\Delta \log(\sigma'_z)}$

indice di compressione: $C_C = -\frac{\Delta e}{\Delta \log(\sigma'_z)}$

Tratto CD (rigonfiamento)

rapporto di rigonfiamento: $R_S = \frac{\Delta \varepsilon_z}{\Delta \log(\sigma'_z)}$

indice di rigonfiamento: $C_S = -\frac{\Delta e}{\Delta \log(\sigma'_z)}$

Consideriamo la definizione dell'indice di compressione C_c :

$$C_c = -\frac{\Delta e}{\Delta \log(\sigma_z^I)} = -\frac{e_0 - e}{\log(\sigma_{z0}^I) - \log(\sigma_z^I)}$$

$$e_0 - e = C_c [\log(\sigma_z^I) - \log(\sigma_{z0}^I)]$$

$$e_0 - e = C_c \log\left(\frac{\sigma_z^I}{\sigma_{z0}^I}\right)$$

Da quest'ultima relazione possiamo osservare che a parità di tensione iniziale e finale all'aumentare dell'indice C_c aumenta la variazione di e cioè aumenta la variazione della porosità del terreno.

Differenziamo l'ultima equazione scritta:

$$-de = C_c \frac{\sigma_{z0}^I}{\sigma_z^I} \frac{d\sigma_z^I}{\sigma_{z0}^I} \Rightarrow -de = C_c \frac{d\sigma_z^I}{\sigma_z^I}$$

In precedenza avevamo ricavato che

$$\epsilon_z = -\frac{\Delta e}{1 + e_0} \Rightarrow d\epsilon_z = -\frac{de}{1 + e_0} \Rightarrow -de = (1 + e_0) d\epsilon_z$$

e quindi sostituendo si ricava che:

$$(1 + e_0) d\epsilon_z = C_c \frac{d\sigma_z^I}{\sigma_z^I} \Rightarrow \frac{d\sigma_z^I}{d\epsilon_z} = (1 + e_0) \frac{\sigma_z^I}{C_c}$$

La quantità $\frac{d\sigma_z^I}{d\epsilon_z}$

rappresenta la pendenza del diagramma delle tensioni σ_z^I espresse in funzione della deformazione; avevamo visto che la pendenza risultava quasi costante in un diagramma semilogaritmico in $\log \sigma_z^I$, ma come possiamo vedere dalla relazione precedentemente scritta la pendenza in un grafico cartesiano dipende dal livello tensionale: il modulo cresce al crescere della tensione applicata.

Consideriamo il grafico ($\log \sigma_z^I, e$):

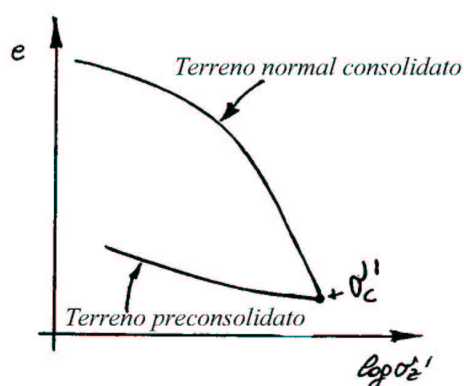


Fig. 52

Se considero un provino e lo sottopongo ad un aumento progressivo delle condizioni di carico allora il movimento nel diagramma avviene lungo una curva che corrisponde alle condizioni di **NORMALE CONSOLIDAZIONE**. Se arrivati ad un certo livello di carico questo viene tolto dal provino allora aspettando il suo rigonfiamento si osserva che solamente una parte della deformazione può essere recuperata (contributo elastico), mentre la restante parte rimane come deformazione residua (contributo plastico).

Se al provino viene applicato nuovamente il carico allora viene ripercorsa la curva di scarico precedente, ma in direzione opposta e fino al raggiungimento della tensione σ_c^I di preconsolidamento. Incrementando ulteriormente il carico il diagramma subisce una brusca variazione di pendenza e il comportamento del provino è ad elevata comprimibilità.

Si può quindi osservare che nella prima parte le caratteristiche del provino erano di tipo elastico, mentre nella seconda parte oltre σ_c^I il comportamento è di tipo elasto-plastico.

Un'ultima osservazione importante è che il comportamento di un provino è molto diverso se in precedenza è già stato sottoposto ad altre

condizioni di carico; in questo caso si dice che il materiale ha memoria dei cicli di carico a cui è stato sottoposto in precedenza. Il terreno assume comportamenti diversi a seconda della storia alla quale è stato sottoposto, infatti per uno stesso valore di tensione si possono avere due valori diversi di porosità a seconda che il terreno sia pre o normal consolidato.

Un terreno preconsolidato presenta una fase elastica più ampia e quindi può sopportare certi livelli di carico con una deformazione inferiore rispetto ad un terreno normal-consolidato.

Viene definito **GRADO DI SOVRACONSOLIDAZIONE** il rapporto tra il massimo carico che il provino ha subito in passato e il carico applicato correntemente sul terreno:

$$OCR = \frac{\sigma_c^I}{\sigma^I}$$

Variazione delle tensioni orizzontali in funzione di quella verticale

Sappiamo che in prove edometriche esiste una sola componente di deformazione:

$$\varepsilon_z \neq 0 \quad \varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$$

Per quanto riguarda le tensioni non possiamo fare un analogo ragionamento, ma possiamo certamente dire che le tensioni nel piano sono tra loro uguali.

$$\begin{aligned} \sigma_z^I &= \sigma_v^I && \text{verticale} \\ \sigma_x^I &= \sigma_y^I = \sigma_h^I && \text{orizzontale} \end{aligned}$$

Potremo scrivere che $\sigma_h^I = k_0 \sigma_v^I$ dove k_0 è un particolare coefficiente (non necessariamente costante) che collega le tensioni orizzontali a quelle verticali. k_0 è definito COEFFICIENTE DI SPINTA A RIPOSO.

Se il legame che definisce il comportamento del terreno fosse di tipo elastico lineare ed isotopo caratterizzato dai coefficienti E e ν allora il valore di k_0 sarebbe facilmente determinabile. Sfruttando il legame elastico lineare possiamo scrivere che:

$$\begin{aligned} E \varepsilon_v &= \sigma_z^I - \nu(\sigma_x^I + \sigma_y^I) = \sigma_v^I - 2\nu \sigma_h^I \\ E \varepsilon_h &= \sigma_x^I - \nu(\sigma_y^I + \sigma_z^I) = (1-\nu)\sigma_x^I - \nu \sigma_v^I \end{aligned}$$

ε_h per la prova edometrica è nulla:

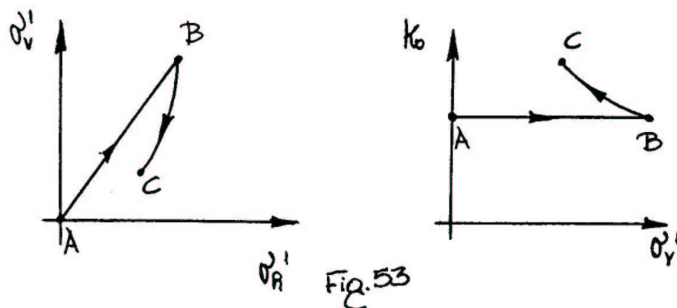
$$(1-\nu)\sigma_h^I - \nu \sigma_v^I = 0 \quad \sigma_h^I = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_v^I$$

Si può quindi osservare che per un terreno dal comportamento elastico lineare ed isotropo il coefficiente k_0 è dato da:

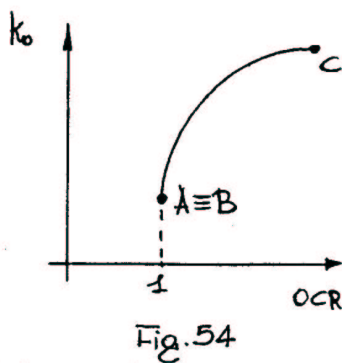
$$k_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$$

Questo tipo di comportamento però è limitato a piccoli intervalli tensionali.

Operando una prova edometrica su un terreno normal consolidato il valore del coefficiente k_0 è costante.



Arrivati ad un certo livello di carico una successiva fase di scarico provoca una diminuzione dei valori tensionali, ma la tensione σ_h^I e quindi il coefficiente k_0 subisce un incremento.



Possiamo rappresentare l'andamento di k_0 in funzione del parametro OCR. A seguito di un processo di carico in un terreno normal consolidato il valore di k_0 rimane costante, ma rimane tale anche il parametro OCR (in particolare assume un valore unitario)

Questo significa che i punti A e B coincidono su questo particolare piano. Nel momento in cui si procede al processo di scarico allora il coefficiente k_0 aumenta, ma si comporta allo stesso modo anche il parametro OCR (poiché il livello tensionale decresce).

Caso della falda

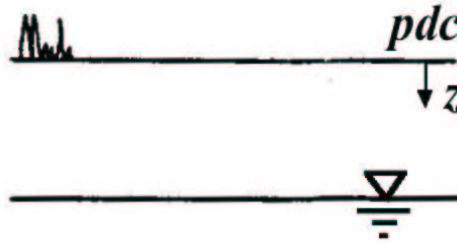


Figura 6.1

Supponiamo di avere una falda ad una certa quota sotto il piano di campagna, vogliamo determinare le componenti verticali ed orizzontali delle tensioni applicate. Per fare questi calcoli si può applicare il seguente procedimento.

- Calcolo della distribuzione delle tensioni totali σ_v applicando l'equazione di equilibrio alla traslazione verticale di un elemento di terreno:

$$\frac{\partial \sigma_v}{\partial z} = \gamma$$

nella forma integrata, di immediato utilizzo, fissato il riferimento z che parte dal piano di campagna e scende verso il basso:

$$\sigma_v = \gamma z$$

- Calcolo delle pressioni interstiziali u per le quali potranno essere di tipo idrostatico oppure bisognerà tener conto di un eventuale moto di filtrazione o dell'eventuale presenza di fenomeni di capillarità.
- Calcolo delle tensioni verticali efficaci $\sigma_v^I = \sigma_v - u$
- noto il coefficiente k_0 possono essere determinate le tensioni orizzontali efficaci $\sigma_h^I = k_0 \sigma_v^I$.
- Per determinare le tensioni è sufficiente aggiungere le pressioni neutre secondo il principio delle tensioni efficaci.

$$\sigma_h = \sigma_h^I + u$$