CAPITOLO 12: MODELLI DI COMPORTAMENTO DEI TERRENI

Introduzione

In questo capitolo studiamo la meccanica dei terreni con riferimento ai modelli di comportamento. Tratteremo del modello rigido−perfettamente plastico, del modello elasto−plastico e del modello di stato critico CAM−CLAY. Per arrivare al modello di stato critico, ed alla sua comprensione, poniamo prima la nostra attenzione sugli altri due modelli che ci introducono dei concetti molto utili.

Vediamo dai grafici di alcune prove che la deformazione presenta una componente elastica ed una elasto−plastica, che l'indice dei vuoti presenta delle variazioni imputabili ad una componente elastica e ad una elasto−plastica. Lo vediamo in diversi grafici.

Modello rigido−perfettamente plastico

Ci occuperemo di due semplici esempi, con dei blocchi, per capire il comportamento del legame rigido−perfettamente plastico e l'utilità della superficie di plasticizzazione.

Consideriamo un blocco di terreno ed applichiamo una sollecitazione di taglio *T* associata ad una forza normale *N*.

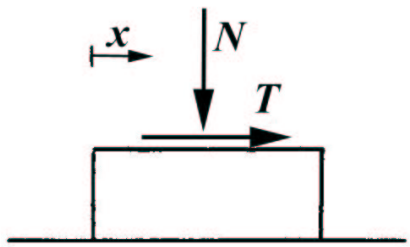


Figura 12.1

In questa situazione l'elemento rimane fermo fino a quando non si raggiunge il valore limite dell'attrito. Quando il rapporto *T/N* raggiunge il valore dell'angolo di attrito μ la deformazione assume valori indefiniti.

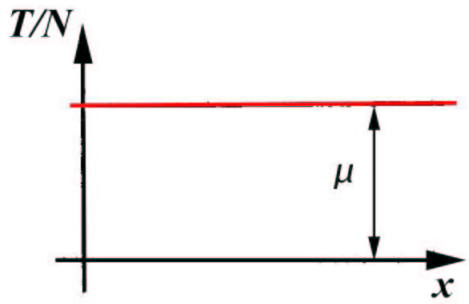


Figura 12.2

Il comportamento viene considerato di tipo rigido−perfettamente plastico.

Un altro tipo di prova può essere fatto applicando le sollecitazioni taglianti in due direzioni T_x e T_y; in questa situazione si ottengono delle deformazioni plastiche quando la coppia T_x, T_y è esterna ad un cerchio di raggio μN e centro nell'origine.

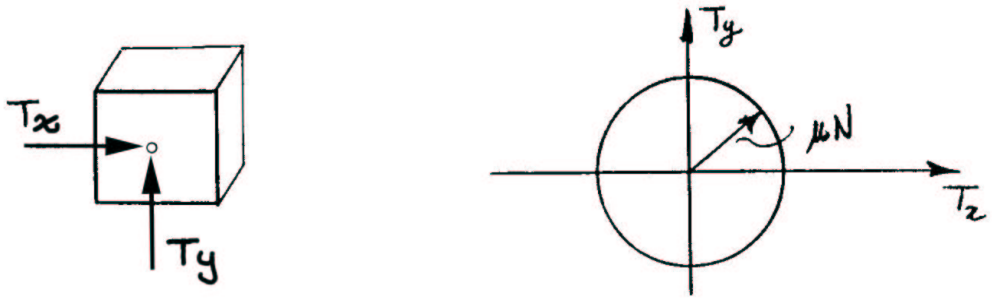


Figura 12.3

Modello elasto−plastico

1. Definiremo la superficie di plasticizzazione.
2. Per la prova di taglio semplice con sabbia addensata e satura ricaveremo: la legge di flusso, la condizione di normalità e l'equazione della superficie di plasticizzazione.
3. Vedremo il significato delle componenti di deformazione sui diagrammi.

Modello per la superficie di plasticizzazione

Se viene eseguita una prova di taglio semplice con una sabbia densa e satura S=1: presenterà un comportamento dilatante, in altre parole il provino cresce.

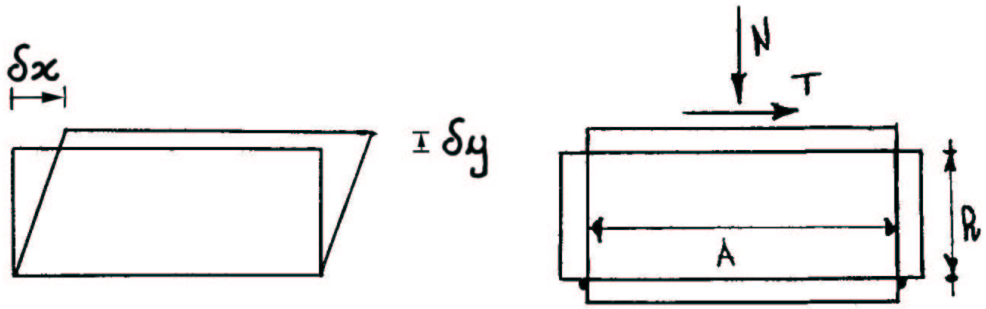


Figura 12.4

Se viene eseguita una prova di questo tipo per un determinato valore di N allora è possibile diagrammare l'andamento degli sforzi tangenziali in funzione dello scorrimento δx e lo spostamento δy sempre relazionato a δx .

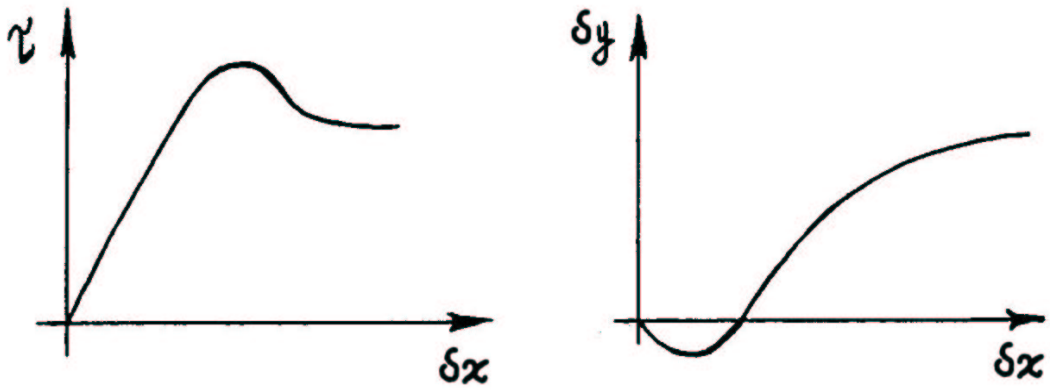


Figura 12.5

In questo processo deformativo possiamo calcolare il lavoro compiuto dalle forze esterne:

$$L_e=(\tau A)\delta x-(\sigma^I A)\delta y$$

Il lavoro interno è quello che viene dissipato per attrito:

$$L_i=\mu\sigma^I A\delta x$$

si suppone che il lavoro esterno compiuto dalle forze venga internamente dissipato cioè tutta la deformazione è di tipo plastico.

Si può quindi imporre l'uguaglianza:

$$L_e=L_i$$

$$(\tau A)\delta x-(\sigma^I A)\delta y=\mu\sigma^I A\delta x$$

$$\tau\delta x-\sigma^I\delta y=\mu\sigma^I\delta x$$

Possiamo dividere tutta l'equazione per $\sigma^I \delta x$; e risulta che:

$$\frac{\tau}{\sigma^I} - \frac{\delta y}{\delta x} = \mu$$

La deformazione volumetrica (di carattere esclusivamente plastico) può essere scritta come:

$$\left(\frac{\delta V}{V}\right)_p = -\frac{\delta y}{h}$$

e la deformazione angolare (sempre di carattere plastico) si può scrivere come segue:

$$\delta \gamma^p = \frac{\delta x}{h}$$

A questo punto si può calcolare il rapporto

$$\frac{\delta y}{\delta x}$$

per poterlo inserire nella relazione ottenuta dall'uguaglianza dei lavori:

$$\frac{\delta y}{\delta x} = -\frac{\left(\frac{\delta V}{V}\right)_p}{\delta \gamma^p}$$

e quindi otteniamo che:

$$\frac{\tau}{\sigma^I} + \frac{\left(\frac{\delta V}{V}\right)_p}{\delta \gamma^p} = \mu$$

Che rappresenta la legge di flusso che lega le deformazioni plastiche allo stato di tensione.

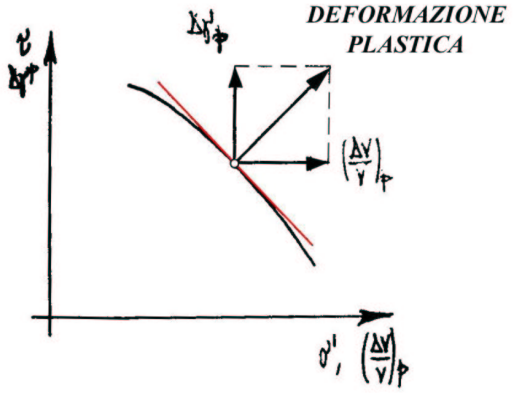


Figura 12.6

La condizione che la deformazione plastica sia normale alla superficie di plasticizzazione può essere espressa scrivendo che:

$$\frac{d\tau}{d\sigma^I} = -\frac{\left(\frac{\delta V}{V}\right)_p}{\delta \gamma^p}$$

Ottenuta questa relazione di normalità è possibile sostituire nella legge di flusso:

$$\frac{\tau}{\sigma^I} - \frac{d\tau}{d\sigma^I} = \mu$$

$$\mu - \frac{\tau}{\sigma^I} + \frac{d\tau}{d\sigma^I} = 0$$

moltiplichiamo quest'ultima equazione per

$$\frac{d\sigma^I}{\sigma^I}$$

otteniamo che:

$$\mu \frac{d\sigma^I}{\sigma^I} - \frac{\tau}{\sigma^I}\frac{d\sigma^I}{\sigma^I} + \frac{d\tau}{d\sigma^I}\frac{d\sigma^I}{\sigma^I} = 0$$

$$\mu \frac{d\sigma^I}{\sigma^I} - \frac{\tau\, d\sigma^I}{(\sigma^I)^2} + \frac{d\tau}{\sigma^I} = 0$$

$$\frac{d\tau}{\sigma^I} - \frac{\tau\, d\sigma^I}{(\sigma^I)^2} + \mu \frac{d\sigma^I}{\sigma^I} = 0$$

Osserviamo che i primi due addendi rappresentano il differenziale della qualità:

$$\frac{\tau}{\sigma^I}$$

e quindi si può scrivere che:

$$d\left(\frac{\tau}{\sigma^I}\right) + \mu \frac{d\sigma^I}{\sigma^I} = 0$$

Da cui integrando otteniamo:

$$\frac{\tau}{\sigma^I} + \mu \ln(\sigma^I) = cost$$

Questa espressione rappresenta la SUPERFICIE DI PLASTICIZZAZIONE *cioè la superficie limite in corrispondenza della quale si hanno le deformazioni plastiche*. Questa equazione è stata ottenuta applicando due ipotesi:

1. lavoro compiuto dalle forze esterne è completamente dissipato dalle forze di attrito;
2. è stato applicato il principio di normalità delle deformazioni plastiche.

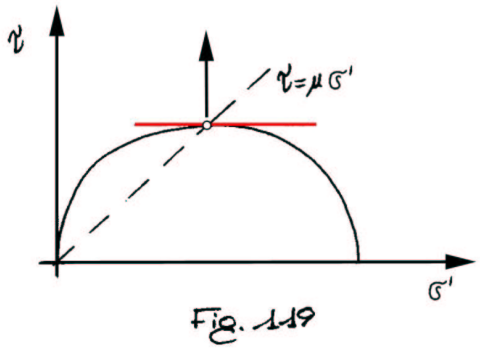


Figura 12.7

Se consideriamo una generica forma della superficie di plasticizzazione è possibile individuare una posizione in cui il vettore rappresentativo della deformazione plastica risulta essere parallelo all'asse delle tensioni tangenziali. In questa posizione si può affermare che la deformazione plastica non presenta alcuna componente di variazione volumetrica ma solamente una componente di distorsione. Questo significa che il terreno, quando raggiunge questa condizione di sollecitazione, subisce una deformazione di distorsione mantenendo inalterato il proprio volume e lo stato tensionale. Siamo arrivati ad una condizione critica o CONDIZIONE DI STATO CRITICO.

A seconda delle altre posizioni assunte lungo la superficie di plasticizzazione si possono distinguere due comportamenti: ***dilatante o contraente.***

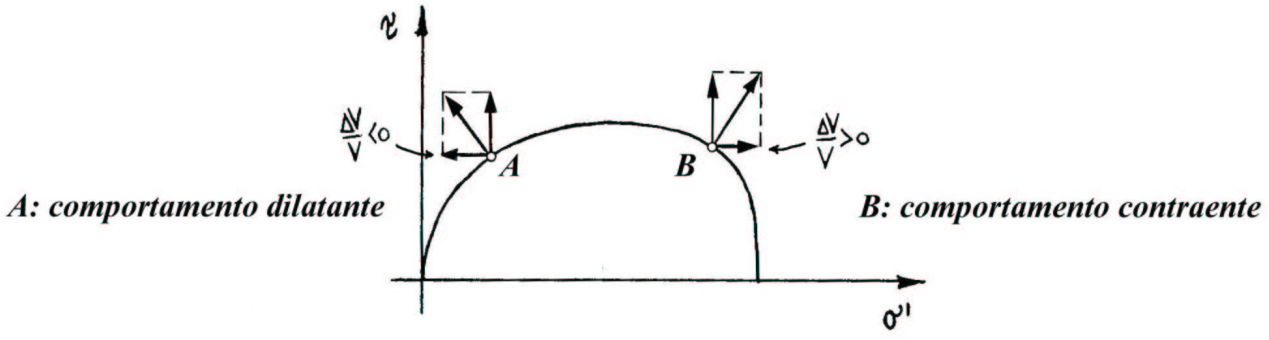


Figura 12.8

Modello di stato critico: Cam−Clay

Introduzione

É un modello elaborato a Cambrige alla fine degli anni ’60. Il nome composto è dovuto al nome del fiume Cam ed alla parola clay, argilla in inglese.
Questo modello prevede una superficie di plasticizzazione ellittica.

1. Un campione di terreno ormai prossimo alla rottura, cioè allo stato critico, presenta deformazioni volumetriche nulle e condizioni di carico costante, lo vediamo dai risultati delle prove meccaniche riportate nei grafici.

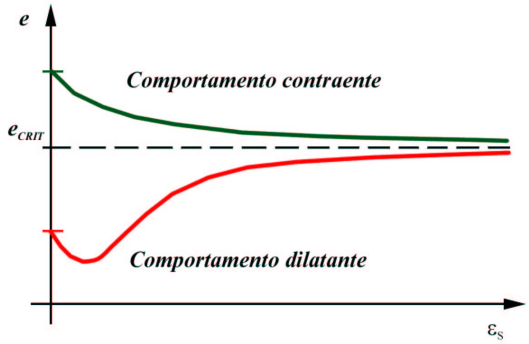


Figura 12.9

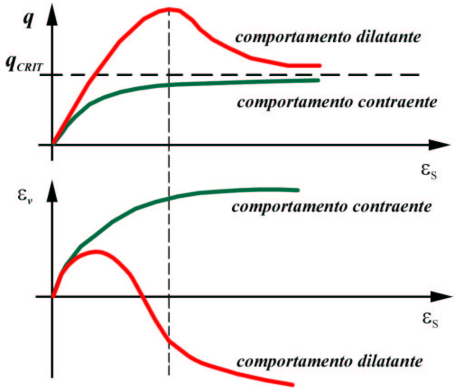


Figura 12.10

2. Le grandezze e le scale che si utilizzano nei diagrammi dei modelli di stato critico.

Con la seguente rappresentazione tridimensionale (p^I, q, v) della superficie di plasticizzazione si comprende che i due grafici (p^I,q) e (p^I,v) sono due proiezioni. La superficie di plasticizzazione rappresenta una funzione di stato per il sistema. Le superfici di plasticizzazione, che noi consideriamo ellittiche, sono la proiezione di superfici di plasticizzazione tridimensionali che vengono chiamate anche pareti elastiche. Tutti i percorsi rappresentano l’insieme delle posizioni assunte dal sistema durante una prova, o le relative proiezioni.

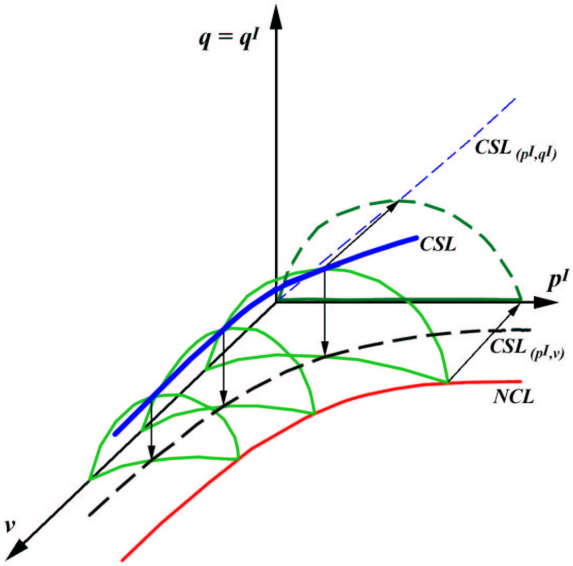


Figura 12.11

Vediamo ora delle applicazioni pratiche del modello Cam−Clay, per capire come descrive il comportamento meccanico del terreno.

La variazione di volume e l'invariante isotropo

Tra la variazione di volume specifico e la componente idrostatica degli sforzi esiste un legame il quale dipende dalle caratteristiche del terreno, cioè se esso si trova in condizioni elastiche o plastiche. In questa discussione vedremo dei modelli di comportamento che tengono conto di questi aspetti.

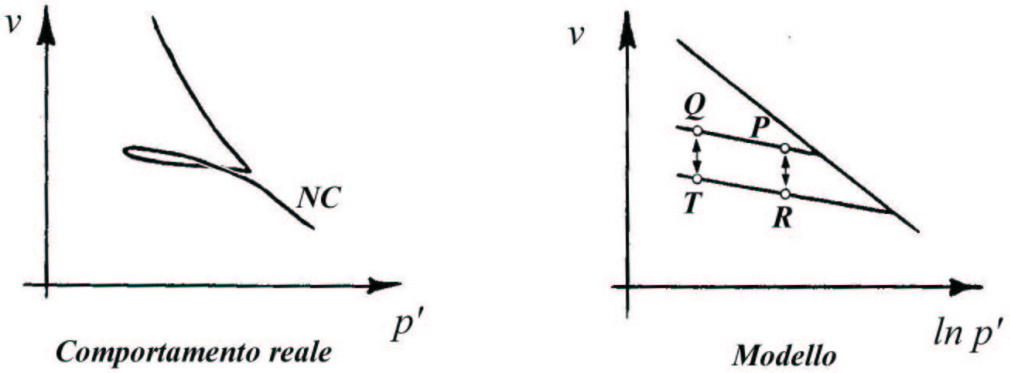
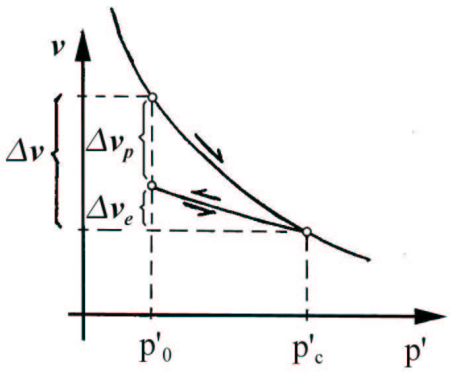


Figura 12.12

Nel comportamento reale le due curve di scarico e di ricarico sono quasi coincidenti; presentano una rigidezza minore rispetto a quella di normal−consolidazione del materiale ed il comportamento è di tipo elastico. Sulla curva di *NC* le deformazioni presentano sia carattere plastico che elastico.
Nel modello invece la rappresentazione è stata fatta in un diagramma semilogaritmico; mediante tale rappresentazione i legami sono di tipo lineare. Muovendosi da *P* a *Q* il comportamento è elastico (anche tra *T* ed *R*).
Se ci muoviamo tra *P* ed *R* abbiamo esclusivamente componente plastica di deformazione. Da *P* a *T* possiamo individuare due contributi, una componente plastica *PR* ed una componente elastica *RT*.

Per fare questa discussione riferiamo il volume del provino al volume dei granelli solidi. Utilizziamo il volume specifico *v*.

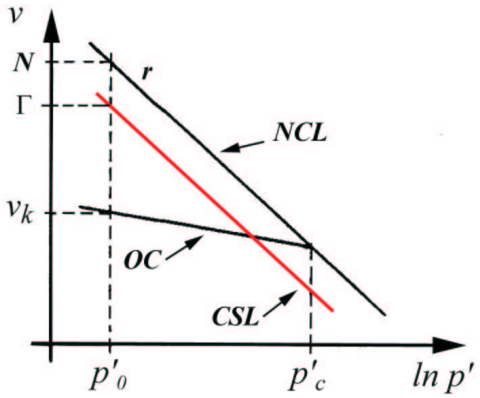


$$v=\frac{V}{V_s}$$

L'applicazione del carico produce una riduzione del volume del provino di una quantità Δv. Scaricando il provino non tutto il volume viene recuperato, ma solamente una porzione elastica Δv_e; la restante parte di volume non recuperato definisce la variazione plastica Δv_p.
Se viene riapplicato il carico il provino segue la curva di scarico fino ad incontrare quella originaria la quale per ulteriori incrementi di sforzo applicato viene ripresa e seguita.

Figura 12.13

Una rappresentazione analoga può essere fatta in scala semilogaritmica.



NCL	$v = N + \lambda \ln p^I$
CSL	$v = \Gamma + \lambda \ln p^I$
OC CS	$v = v_\kappa + \kappa \ln p^I$

Figura 12.14

Sono qui definite le rette per la curva di normal consolidazione NC L e per la curva di sovraconsolidazione OC o carico scarico CS, e la retta di stato critico CSL.
In tutte compaiono i termini noti che sono calcolati per l'ascissa $p^I_0 = 1\ kPa$.
La retta *r* di normalconsolidazione separa i valori compatibili del terreno dalle condizione incompatibili; infatti per un certo valore di p^I non possiamo mai andare sopra alla retta di normale consolidazione.

La retta di stato critico

Avendo fatto le ipotesi della normalità della legge di flusso e della dissipazione dei lavori ci riferiamo ad una rappresentazione ellittica della superficie di plasticizzazione nel piano p^I , q o q^I.

$$(q^I)^2+M^2(p^I)^2=M^2 p^I p_c^I$$

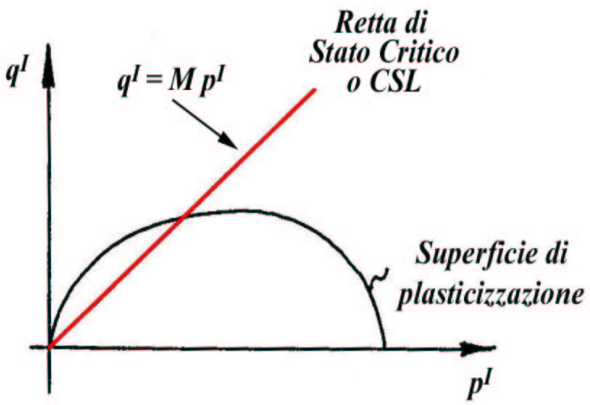


Figura 12.15

Quando siamo all'interno della superficie di plasticizzazione il comportamento del terreno è elastico, mentre quando raggiungiamo la superficie di plasticizzazione esso diventa elasto−plastico.

Andremo ora a studiare il comportamento del terreno in funzione delle prove che su di esso vengono eseguite.
Abbiamo visto che sia per le prove drenate che per quelle non drenate la condizione di rottura del materiale avviene su una retta indipendentemente dal percorso seguito per arrivarci; si può quindi dire che la condizione di rottura si ha nel momento in cui il rapporto q^I/p^I raggiunge un determinato valore limite. Vediamo di calcolare questo valore limite facendo riferimento ad una prova che porta alla rottura per le tensioni efficaci σ_1^I e σ_3^I . Indichiamo con M questo valore limite.

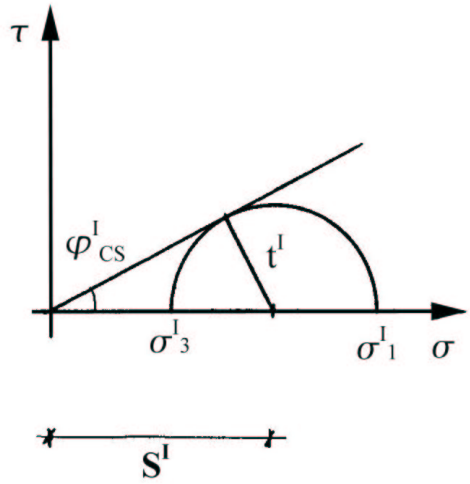


Figura 12.16

Vogliamo calcolare il rapporto q^I/p^I in condizioni di rottura per il provino.
Osservando la figura si può dire che:

$$s^I=\frac{\sigma_1^I+\sigma_3^I}{2} \qquad t^I=\frac{\sigma_1^I-\sigma_3^I}{2}$$

In condizioni di rottura si può scrivere che:

$$t^I=s^I\sin(\varphi_{cs}^I)$$

all'interno della quale possiamo sostituire le precedenti relazioni.

$$\sigma_1^I-\sigma_3^I=(\sigma_1^I+\sigma_3^I)\sin(\varphi_{cs}^I)$$

dalla quale si può ottenere l'espressione di σ^I_2 in funzione di σ^I_1 :

$$\sigma_3^I[1+\sin(\varphi_{cs}^I)]=\sigma_1^I[1-\sin(\varphi_{cs}^I)]$$

da cui:

$$\sigma_3^I=\frac{1+\sin(\varphi_{cs}^I)}{1-\sin(\varphi_{cs}^I)}\sigma_1^I$$

Ricordando le definizioni:

$$p^I=\frac{\sigma_1^I+2\sigma_2^I}{3} \qquad q^I=\sigma_1^I-\sigma_3^I$$

possiamo andare a calcolare i valori in corrispondenza della rottura del provino.

$$p^I = \frac{1}{3}\left[\sigma_1^I + 2\frac{1-\sin(\varphi_{cs}^I)}{1+\sin(\varphi_{cs}^I)}\sigma_1^I\right] = \frac{\sigma_1^I}{3}\frac{3-\sin(\varphi_{cs}^I)}{1+\sin(\varphi_{cs}^I)}\sigma_1^I$$

$$q^I = \sigma_1^I - \frac{1-\sin(\varphi_{cs}^I)}{1+\sin(\varphi_{cs}^I)}\sigma_1^I = \frac{2\sin(\varphi_{cs}^I)}{1+\sin(\varphi_{cs}^I)}\sigma_1^I$$

A questo punto è possibile calcolare il valore limite M del rapporto q^I/p^I che definisce la condizione di rottura del terreno.

$$M = \frac{q^I}{p^I} = \frac{\left[2\sin(\varphi_{cs}^I)\right]\sigma_1^I}{1+\sin(\varphi_{cs}^I)}\frac{3[1+\sin(\varphi_{cs}^I)]}{\left[3-\sin(\varphi_{cs}^I)\right]\sigma_1^I} = \frac{6\sin(\varphi_{cs}^I)}{3-\sin(\varphi_{cs}^I)}$$

Domande e risposte[10]:

Domanda 1: All'interno della superficie di plasticizzazione il comportamento è elastico?
Risposta 1: Si, il modello Cam−Clay prevede all'interno della supercie di plasticizzazione un comportamento elastico.

Domanda 2: Sulla superficie di plasticizzazione il comportamento è plastico o elasto−plastico?
Risposta 2: La risposta non è semplice.
Ecco come immaginiamo la superficie di plasticizzazione e vi attribuiamo un comportamento elasto−plastico.
Se vediamo la superficie di plasticizzazione solo sul piano p^I,q , allora uno stato di sforzo adeguato può far aumentare o diminuire le dimensioni di tale superficie, grazie ad una deformazione volumetrica plastica. Con una visione tridimensionale, una volta terminata la fase elastica si scivola sulla superficie di stato configurando altre intersezioni fra pareti elastiche e superficie di stato, ottenendo altre superfici di plasticizzazione. Il comportamento può essere visto come elastico e il scivolamento è imputabile alla componente plastica.
Da un punto di vista prettamente teorico il comportamento dipende dalle proprietà che attribuiamo alla superficie di plasticizzazione.
Se è una superficie di snervamento, allora lì termina il comportamento elastico ed inizia il comportameto elasto−plastico, ed ho contemporaneamente deformazioni plastiche ed elastiche, la rigidezza, che è il legame fra sforzi e deformazioni del materiale, diminuisce.
Se rappresentiamo tutte le coppie di sforzi per cui abbiamo la rottura di un materiale e ne facciamo l'inviluppo otteniamo la sua superficie di rottura, mantenendo costanti gli sforzi si manifestano delle deformazioni plastiche, la relazione esistente fra superficie di rottura e il vettore deformazioni plastiche si chiama legge di flusso. Per un materiale perfettamente plastico il vettore deformazione plastica è normale alla superficie di rottura ed è questa che è chiamata condizione di normalità della plasticità perfetta. In alternativa per descrivere la legge di flusso si definisce una superficie equipotenziale che è normale a tutti i vettori di deformazione plastica. A questo punto i materiali sono perfettamente plastici se la superficie di rottura coincide con la superficie equipotenziale ed allora si dice che la legge di flusso è associata. Possiamo rappresentare sforzi e deformazioni in modo che gli assi principali coincidano se il mezzo è isotropo. Una caratteristica importante della variazione del vettore deformazione plastica è che dipende dal valore dello stato di sforzo in quel punto e non dal percorso svolto per raggiungere quel valore di sforzo. Lo snervamento e la deformazione plastica possono causare un incremento del valore della tensione di snervamento, cioè un incrudimento del materiale, ma anche un rammollimento cioè una riduzione del valore della tensione di snervamento.
Quando introduciamo il modello Cam clay e definiamo una superficie di stato con questa stabiliamo quali sono gli stati possibili per il sistema. Fuori di essa non esistono stati possibili. Per i terreni facendo l'intersezione fra la superficie di stato e la parete elastica otteniamo una curva di plasticizzazione o di snervamento e ad ogni curva di plasticizzazione corrisponde una superficie di potenziale plastico. Così facendo i concetti di snervamento, incrudimento e normalità coincidono tutti.
In conclusione i modelli Cam clay si assomigliano tutti e presentano queste caratteristiche:

- la resistenza è attritiva (lavoro delle forze esterne di taglio dissipato in attrito) e la compressibilità è logaritmica,
- la superficie di stato è una superficie di snervamento,
- l'incrudimento e il rammollimento sono correlati alle deformazioni volumetriche plastiche rispettivamente negative e positive.

Con altre parole possiamo dire che il modello di Cam clay si basa sulle ipotesi che la legge di flusso è associata e cioè che vale la regola di normalità e che la legge di flusso è ricavata in base al lavoro dissipato durante la deformazione di taglio. Questo implica che il lavoro delle forze esterne è integralmente dissipato in attrito durante una prova di taglio e quindi non vi possono essere deformazioni distorsionali plastiche (recuperabili).

Domanda 3: All'esterno della superficie di plasticizzazione qual è il tipo di comportamento?
Risposta 3: All'esteno della superficie di plasticizzazione non vi sono stati possibili per il modello, per la definizione di superfici di stato che utiliziamo con il modello di Cam clay.

10 John Atkinson, *Geotecnica, meccanica delle terre e delle fondazioni* , McGraw−Hill Italia srl, Milano, 1997. da p.39 a p.46, da p.201 a p.206.

Burghignoli, *Lezioni di meccanica delle terre*, Roma, da p.217 a p.227

Renato Lancellotta, *Geotecnica*, II ed., Zanichelli Editore S.p.a., Bologna, 1997. da p.78 a p.85, p.252

Prova edometrica

Ricordiamo che la prova edometrica viene eseguita in condizioni di contrazione laterale impedita.

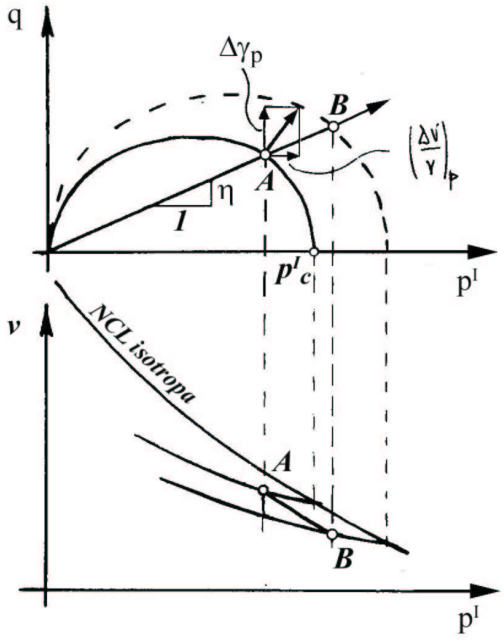


Figura 12.17

Se la prova è edometrica allora possiamo dire che il legame tra le tensioni efficaci è dato dalla relazione:

$$\sigma_3^I = k_0 \sigma_1^I$$

Da cui si ricava che:

$$p^I = \frac{1+2k_0}{3}\sigma_1^I \qquad q^I = (1-k_0)\sigma_1^I$$

La condizione di carico per cui questa prova è data da una retta nel piano p^I q la cui pendenza può essere calcolata come segue:

$$\frac{q}{p^I} = \frac{3(1-k_0)}{1+2k_0} = \eta$$

Fin tanto che la retta di carico di trova internamente alla superficie di plasticizzazione il comportamento del materiale è di tipo elastico. Per cui nel diagramma v, p^I viene seguita la curva di carico fino al punto A; in tale posizione nasce una deformazione plastica a seguito di un incrudimento del terreno. La deformazione plastica presenta due componenti, una di variazione volumetrica e l'altra di distorsione; tali comportamenti spostano il dominio plastico e di conseguenza modificano la tensione di preconsolidazione. Tale passaggio è avvenuto mantenendo costante il rapporto tra la tensione isotropa p^I e la tensione di preconsolidazione p^I_c.

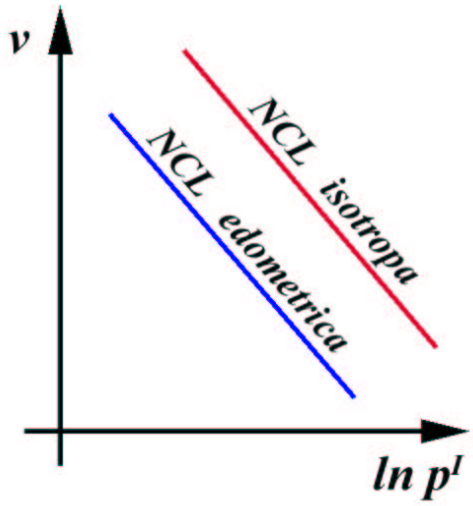


Figura 12.18

Nel precedente diagramma abbiamo individuato una nuova curva lungo la quale avviene il processo di compressione. La curva di normal consolidazione è caratterizzata da un modo di compressione isotropo, mentre la curva ad essa parallela che unisce nel diagramma precedente i punti A e B avviene secondo un processo edometrico.

Prova Consolidata Drenata (CD) con provino NC o debolmente OC

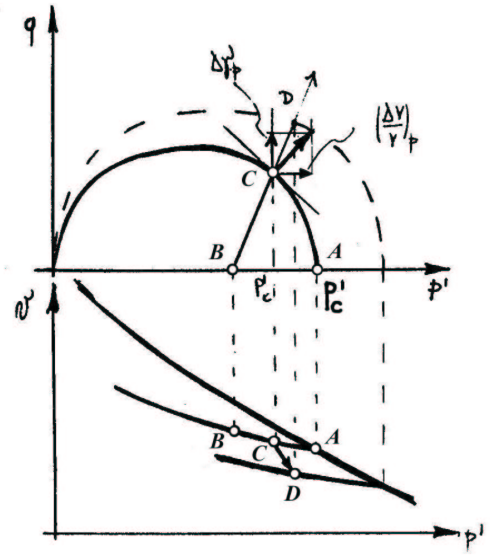


Figura 12.19

Con un campione di terreno NORMALMENTE CONSOLIDATO (o preconsolidato) cioè $p^I_0 \simeq p^I_c$ O DEBOLMENTE SOVRACONSOLIDATO cioè $p^I_c/2 \leq p^I_0 \leq p^I_c$ dove p^I_c rappresenta lo stato tensionale isotropo di consolidazione applicato al materiale durante la prima fase della prova; p^I_0 è lo stato tensionale isotropo da cui parto con la seconda fase della prova.
Dapprima si supponga di consolidare isotropicamente il provino fino al punto A. Una consolidazione isotropica è definita da un movimento sull'asse delle ascisse nel piano p^I, q.
Arrivati al punto *A* che fa riferimento ad una particolare superficie di plasticizzazione viene operato uno scarico fino al punto *B*.
Dal punto *B* in poi viene incrementata la tensione assiale del provino introducendo uno sforzo deviatorico; tale processo può continuare fino al raggiungimento in *C* della superficie di plasticizzazione per un valore di tensione p^I inferiore a quella di preconsolidazione. In questa posizione intervengono le deformazioni plastiche in termini di variazione volumetrica e distorsione.
Viene incrementato il dominio di plasticizzazione e nel piano p^I, v si passa su una nuova curva di scarico relativa ad una tensione di preconsolidazione più elevata.

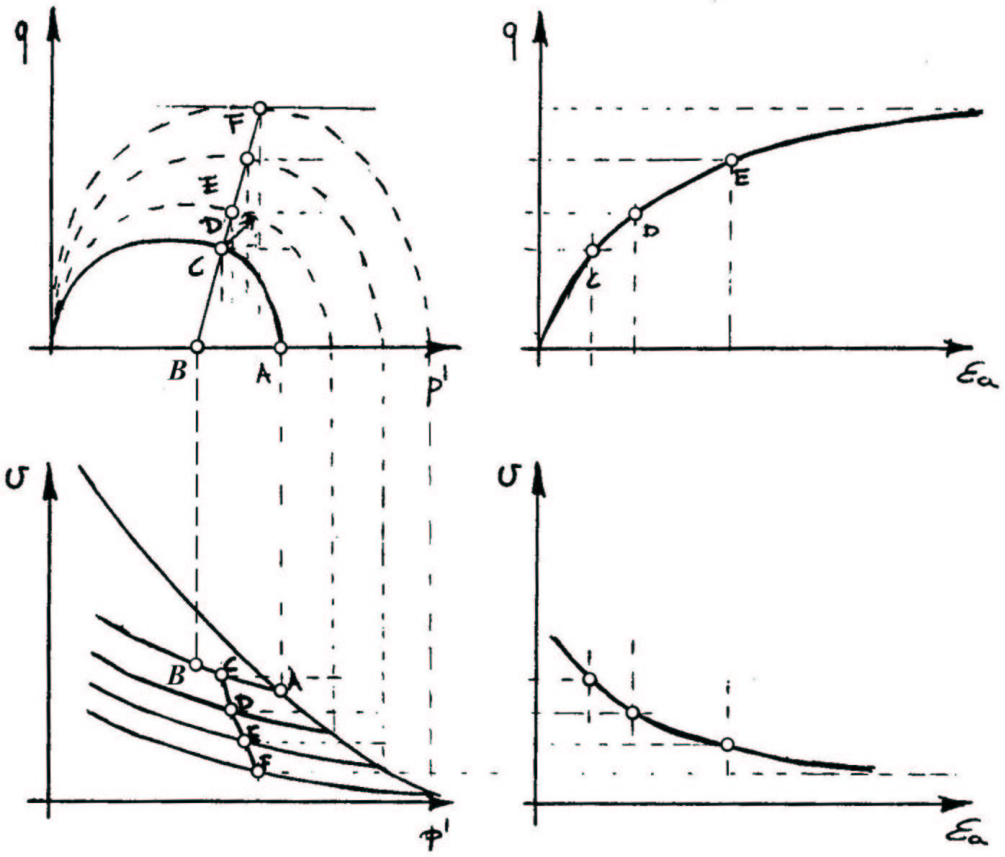


Figura 12.20

Nei punti di incontro con le superfici di plasticizzazione il vettore deformazione plastica ad esse normale presenta due componenti una di deformazione plastica volumetrica e l'altra di distorsione plastica.
Il processo continua fin tanto che tale vettore di plasticizzazione non risulta pure parallelo all'asse delle q dove avviene la distorsione a volume costante (punto *F*).
Questa condizione rappresenta la crisi del provino.

Prova Consolidata Drenata (CD) con provino fortemente OC

Consideriamo un campione di terreno FORTEMENTE PRECONSOLIDATO o FORTEMENTE SOVRACONSOLIDATO cioè $\infty < p'_0 < p'_c/2$ dove p'_c rappresenta lo stato tensionale isotropo di consolidazione applicato al materiale durante la prima fase della prova; p'_0 è lo stato tensionale isotropo da cui parto con la seconda fase della prova.

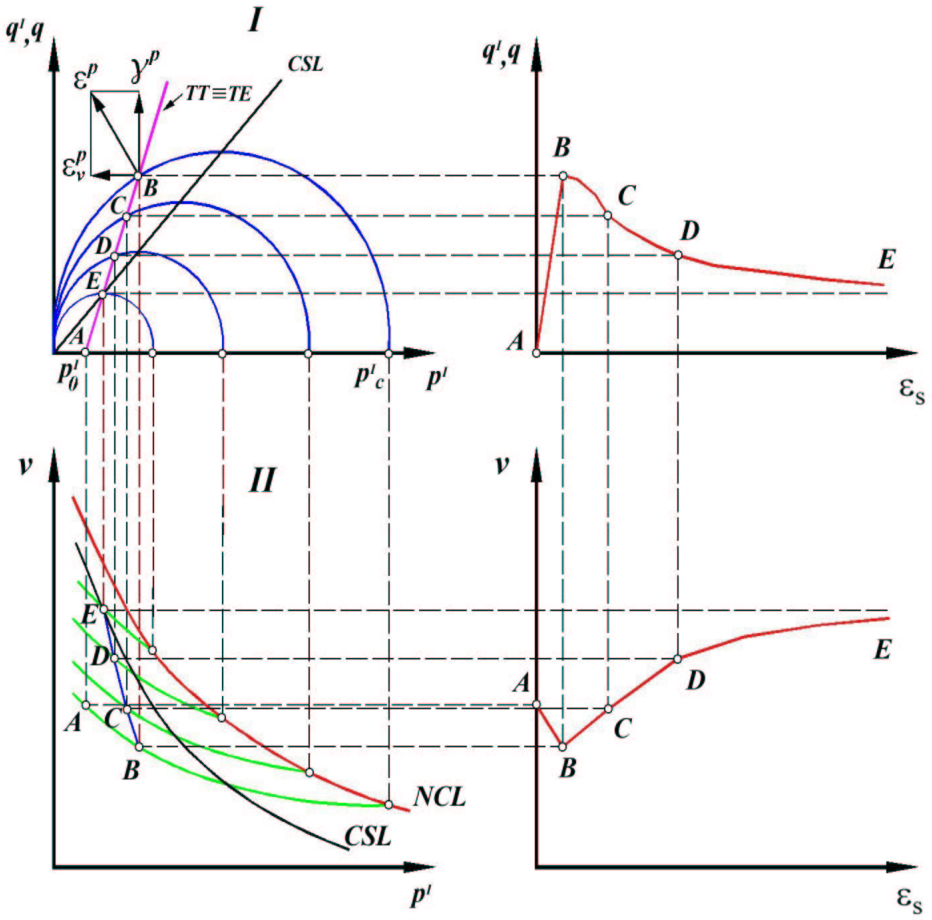


Figura 12.21

All'inizio della prova il provino si trova nelle condizioni rappresentate dal punto *A*; viene caricato incrementando la tensione assiale e quindi ci muoviamo verso il punto *B* relativo alla superficie di plasticizzazione. In questa fase si verifica una diminuzione di volume ed un aumento dello sforzo deviatorico.
Arrivati in *B* procede il processo di plasticizzazione che prevede una deformazione volumetrica $\varepsilon_v<0$ per cui si ottiene una dilatazione del volume. Tale processo porta a dover considerare nel grafico II una curva di carico più alta della quota di deformazione volumetrica. In questo modo si definisce una nuova superficie di plasticizzazione per un diverso valore della tensione di preconsolidazione (più basso del precedente). La condizione del provino è quella descritta dal punto *C* il quale si trova ancora sulla superficie di plasticizzazione e quindi ricomincia il processo precedentemente discusso. In successione possono definirsi i punti *C,D,E* dove *E* rappresenta la condizione ultima in cui il vettore di plasticizzazione (normale alla corrispondente superficie) risulta parallelo all'asse delle ordinate.
Si può osservare che durante il processo si è ristretta la superficie di plasticizzazione, inoltre la prova inizialmente è caratterizzata da un incremento della tensione deviatorica e un decremento del volume; una volta arrivati la prima volta sulla superficie di plasticizzazione questo comportamento tende ad invertirsi.

Prova Consolidata e non drenata (CU) con provino NC o debolmente OC

Per eseguire questa prova consideriamo un PROVINO DEBOLMENTE SOVRACONSOLIDATO, la tensione nelle condizioni iniziali p^I_0 risulta abbastanza vicina alla pressione di preconsolidazione p^I_c, cioè $p^I_c/2 \leq p^I_0 \leq p^I_c$ dove p^I_c rappresenta lo stato tensionale isotropo di consolidazione applicato al materiale durante la prima fase della prova; p^I_0 è lo stato tensionale isotropo da cui parto con la seconda fase della prova.
A partire da questa situazione definita dal punto *A* applichiamo un incremento dello stato tensionale assiale:

$$\Delta\sigma_1 \neq 0 \qquad \Delta\sigma_3 = 0$$

Possiamo quindi scrivere che:

$$\Delta p = \frac{\Delta\sigma_1}{3} \qquad \Delta q = \Delta\sigma_1$$

Siccome la prova è non drenata allora incrementa anche la pressione neutra *u* la cui variazione può essere determinata mediante la formula di Skempton.
Una volta nota Δu è possibile determinare la variazione delle tensioni efficaci:

$$\Delta p^I = \Delta p - \Delta u \qquad \Delta q^I = \Delta q$$

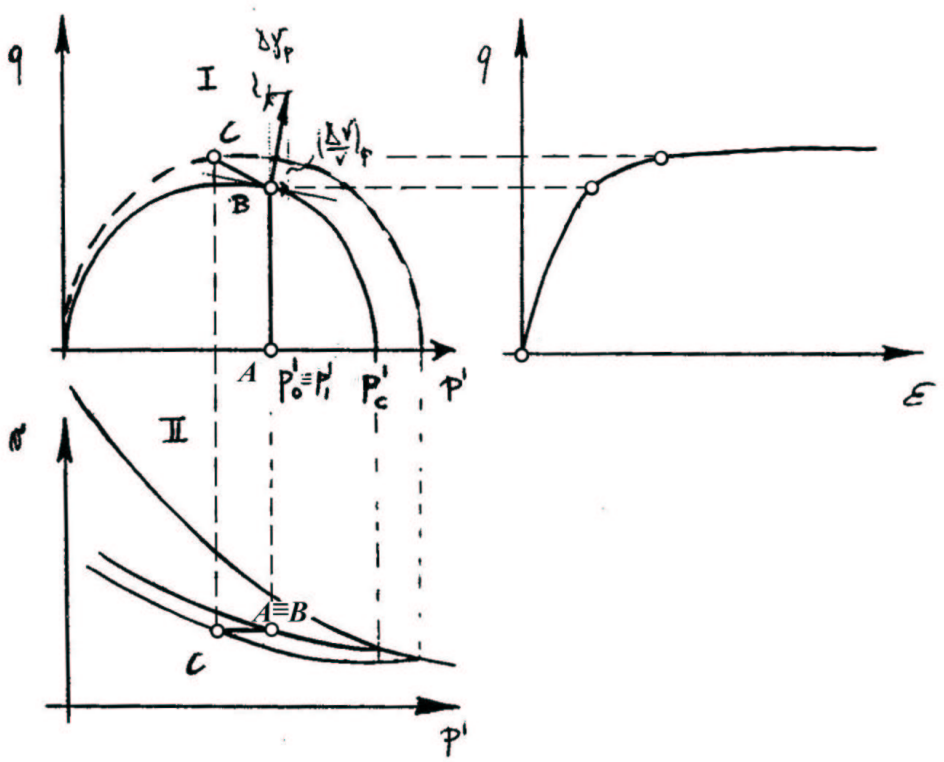


Figura 12.22

Supponiamo che durante il processo di carico la variazione della tensione efficace isotropa p^I sia nulla in modo tale che il percorso *AB* sia verticale (garantendo così variazioni nulle di volume).
Arrivati in *B* con il processo di carico nasce una plasticizzazione del provino che provoca una riduzione plastica del volume del provino stesso. Nel diagramma II bisogna fare riferimento ad una curva di carico più bassa della quantità relativa alla deformazione volumetrica plastica. È importante ricordare però che stiamo eseguendo una prova in condizioni non drenate e quindi la variazione di volume del provino in questo processo di plasticizzazione deve essere nulla.
Per capire questo aspetto ingrandiamo un particolare e del diagramma II.

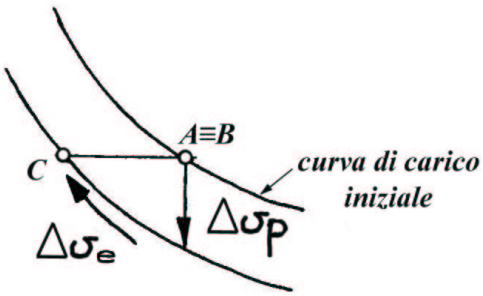


Figura 12.23

Quando siamo sulla superficie di plasticizzazione nel punto *B* si genera la variazione volumetrica Δv_p di carattere plastico la quale ci permette di determinare la nuova curva di carico da considerare.
In questa situazione però il processo non è finito in quanto la variazione totale di volume deve essere nulla e quindi è necessario introdurre una nuova componente che bilanci quella plastica; tale componente può essere presa pari ad una deformazione volumetrica elastica sulla nuova curva di carico.
Possiamo quindi definire il punto *C* per il quale il provino non ha subito alcuna variazione di volume.

Prova Consolidata e non drenata (CU) con campione fortemente OC

Consideriamo un campione di terreno FORTEMENTE PRECONSOLIDATO cioè $\infty < p^I_0 < p^I_c/2$ dove p^I_c rappresenta lo stato tensionale isotropo di consolidazione applicato al materiale durante la prima fase della prova; il punto *1* è lo stato tensionale isotropo da cui parto con la seconda fase della prova.

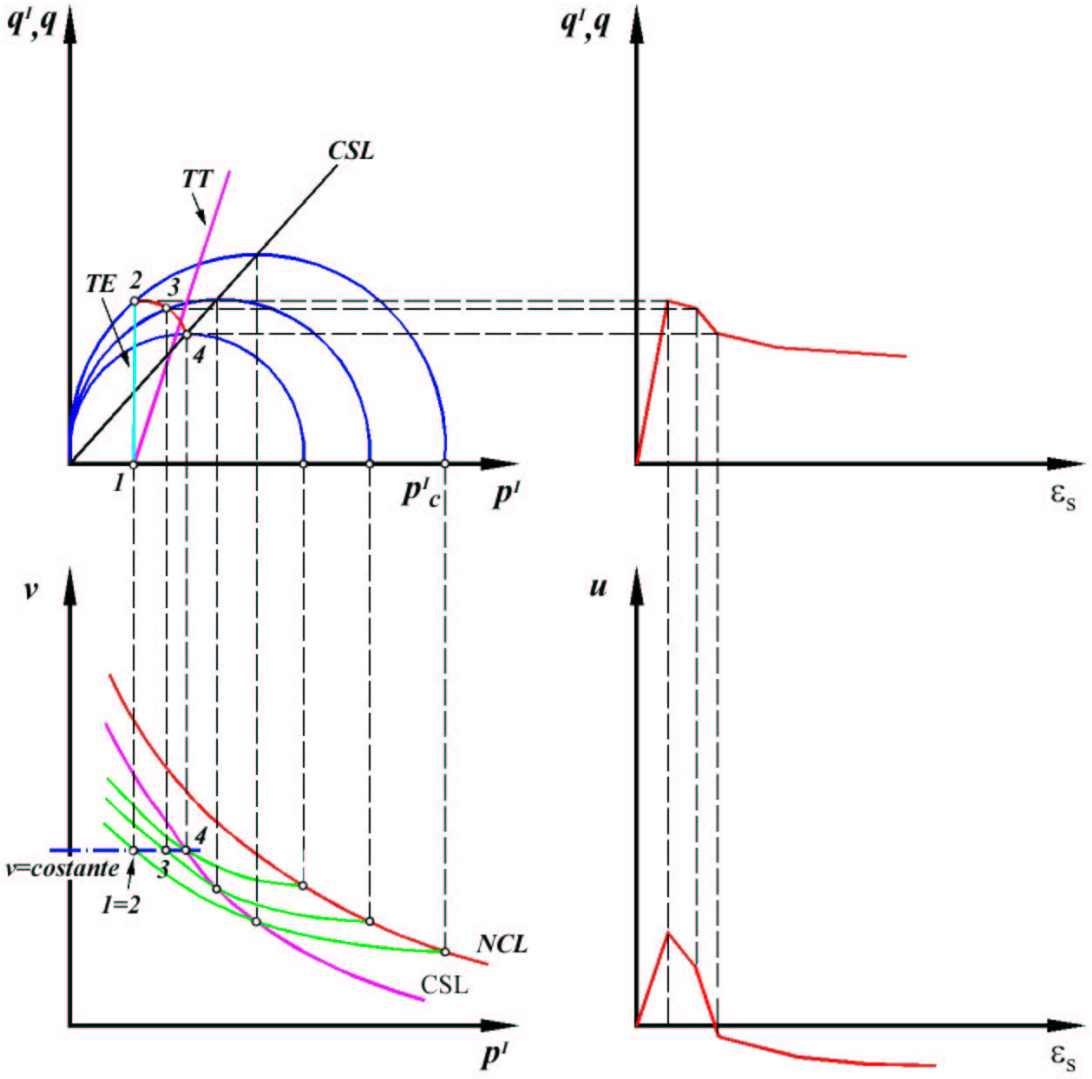


Figura 12.24

Da notare i due percorsi in termini di tensioni efficaci *TE* e totali *TT*.
Sul diagramma p^I,v dovendomi muovere contemporaneamente sulla curva di carico−scarico e sulla retta a volume costante alla fine non mi muovo per cui $1 \equiv 2$, mentre sul piano p^I, q^I, mi muovo in verticale da *1* a *2*.
Nella prova non drenata i rubinetti vengono chiusi e non ho variazione di volume.
Il comportamento nel piano q^I, ε_s è quello tipico rammollente dato che il campione è fortemente sovraconsolidato.
In questa prova ho ottenuto una pressione interstiziale negativa perché a rottura sono andato a destra del percorso in termini di tensioni totali *TT*.

Osservazione
Nel momento in cui eseguo la consolidazione in condizioni drenate le *TE* e *TT* possono coincidere se ho utilizzato una $u_0=0$ per il campione, come in questo caso, ma è utile impiegare $u_0>0$ per disciogliere l'aria presente nel campione. Questo vale per tutte le prove. Ad esempio $u_0=500\ kPa$ e pressione di cella $\sigma_c=\sigma_2=\sigma_3=700\ kPa$.

Campionamento

Il campionamento consiste nel prelevare un campione da un sito, ad una certa profondità rispetto al piano di campagna, per portarlo in laboratorio. Portandolo in laboratorio dobbiamo cercare di non alterarlo; metteremo in atto tutte quelle operazioni che ci consentono di conservare immutato il contenuto d'acqua ed utilizzeremo dei dispositivi di protezione del campione per evitare che risulti rimaneggiato. Se riusciamo in questo intento avremo un CAMPIONE INDISTURBATO.
Seguiremo quelle procedure per ottenere il cosiddetto "CAMPIONAMENTO IDEALE".

Le ipotesi del campionamento ideale sono:

1. Le tensioni totali si annullano.
   In termini di tensioni principali scriviamo:
   $$\sigma_v = \sigma_h = 0$$
   In termini di invariante idrostatico delle tensioni totali scriviamo:
   $$p = 0$$
2. Il volume del campione è costante.
   $$\Delta V = 0$$

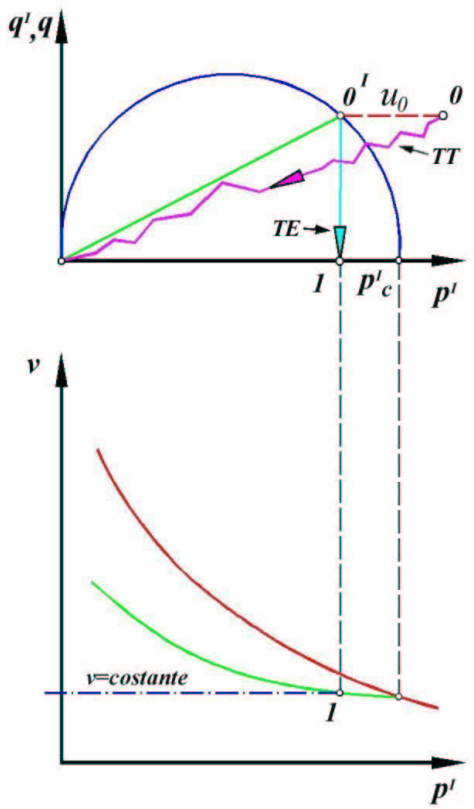


Figura 12.25

Lo stato tensionale totale del campione in sito è rappresentato dal punto "*0*", che differisce dallo stato tensionale efficace "0^I" del valore della pressione interstiziale in sito u_0.
In seguito al campionamento ideale le tensioni totali si azzerano, ed il percorso in termini di tensioni totali *TT*, che non riusciamo a conoscere, è disegnato con un tratto irregolare che parte da "*0*" e raggiunge l'origine degli assi.
Il percorso in termini di tensioni efficaci *TE* va da "0^I" a "*1*" e si realizza conservando inalterato lo sforzo idrostatico presente in sito $p^I=cost.$. Questo è dovuto al fatto che lo stato tensionale del provino è interno della superficie di plasticizzazione, quindi il provino seguirebbe la curva di carico−scarico, ma essendo che il volume rimane costate per l'ipotesi di campionamento ideale, allora si muoverebbe anche in orizzontale con *v=cost.*. In conclusione per rispettare entrambe le condizioni $p^I(0^I)=p^I(1)=cost.$ e q^I va a *0*.
La pressione neutra assumerà un valore negativo perchè si formeranno dei menischi e sarà uguale ed opposta all'invariante idrostatico degli sforzi efficaci, questo per avere l'invariante isotropo delle tensioni totali nullo.

Vogliamo ora vedere come variano le tensioni efficaci verticali, le tensioni efficaci orizzontali e la pressione neutra durante il campionamento ideale.

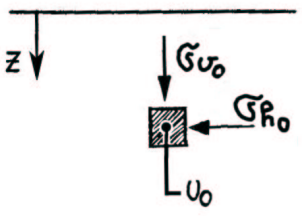


Figura 12.26

Consideriamo questa condizione iniziale per il nostro provino che deve essere prelevato dal terreno e quindi subisce necessariamente delle modifiche almeno per quanto riguarda lo stato tensionale.
Lo stato tensionale efficace è dato da:

$$\sigma^I_{v0} = \sigma_{v0} - u_0 \qquad \sigma^I_{h0} = \sigma_{h0} - u_0 = k_0 \sigma^I_{v0}$$

Vale quindi che:

$$\sigma_{h0} = \sigma^I_{h0} + u_0 = k_0(\sigma_{v0} - u_0) + u_0$$

Da questa si ottiene:

$$\sigma_{h0} = k_0 \sigma_{v0} + (1 - k_0) + u_0$$

Considerando un comportamento ideale nel procedimento di campionamento il materiale non viene alterato, in ogni caso comunque devono necessariamente annullarsi le tensioni totali.

$$\sigma_v = \sigma_h = 0 \quad \text{dopo il campionamento.}$$

Questo significa che:

$$\begin{cases} \Delta \sigma_h = -\sigma_{h0} \\ \Delta \sigma_v = -\sigma_{v0} \end{cases}$$

Supponendo che il campione prelevato sia saturo allora una volta estratto tende a dilatarsi a causa del suo scarico tensionale. Per questo effetto l'acqua tende a penetrare nel campione formando in superficie dei menischi che in funzione del loro raggio di curvatura inducono delle variazioni negative di pressione neutra.

$$\Delta u < 0$$

Facciamo l'ipotesi che la variazione di volume sia nulla:

$$\Delta V = 0$$

e supponiamo che il comportamento sia approssimativamente elastico.

$$\varepsilon_v = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta p^I = 0$$

Nelle condizioni iniziali la pressione isotropa efficace è data da:

$$p^I_0 = \frac{\sigma^I_{v0} + 2\sigma^I_{h0}}{3} = \sigma^I_{v0} \frac{1 + 2k_0}{3}$$

$$\Delta p^I = 0 = \Delta p - \Delta u \qquad \Rightarrow \qquad \Delta u = \Delta p$$

La pressione totale iniziale è data da:

$$p_0 = p^I_0 + u_0$$

mentre quella finale è sicuramente nulla; per cui possiamo dire che:

$$\Delta u = \Delta p = -p_0$$

da cui si ricava che:

$$\Delta u = -p_0 = -p^I_0 - u_0 = -\sigma^I_{v0} \frac{1 + 2k_0}{3} - u_0$$

rappresenta la variazione di pressione neutra per effetto del campionamento del terreno.
Possiamo quindi calcolare la tensione neutra dopo il campionamento:

$$u = u_0 + \Delta u = -\sigma^I_{v0} \frac{1 + 2k_0}{3}$$

Si può calcolare lo stato tensionale efficace dopo il campionamento:

$$\sigma_v^I = \sigma_v - u \quad = \quad \sigma_{v0}^I \frac{1+2k_0}{3} \qquad con \quad \sigma_v \to 0$$

$$\sigma_h^I = \sigma_h - u \quad = \quad \sigma_{v0}^I \frac{1+2k_0}{3} \qquad con \quad \sigma_h \to 0$$

Da cui si possono calcolare le variazioni delle tensioni efficaci:

$$\Delta \sigma_v^I = \sigma_v^I - \sigma_{v0}^I \quad = \quad \sigma_{v0}^I \left[\frac{1+2k_0}{3} - 1 \right]$$

$$\Delta \sigma_h^I = \sigma_h^I - \sigma_{h0}^I \quad = \quad \sigma_h^I - k_0 \sigma_{v0}^I \quad = \quad \sigma_{v0}^I \left[\frac{1+2k_0}{3} - k_0 \right]$$

Abbiamo detto che non varia la componente sferica dello sforzo efficace (p^I) ma subisce una variazione, quella deviatorica.

$$\Delta q = \Delta \sigma_v^I - \Delta \sigma_h^I \quad = \quad \sigma_v^I [k_0 - 1]$$

(Questa pagina è intenzionalmente bianca.)